Université Sidi Mohamed Ben Abdellah
Faculté des sciences Juridiques,
Economiques et Sociales
- Fès-

Année Universitaire 2004/2005 (3ème semestre)
Filière: Sciences Economiques et Gestion
Module: Méthodes quantitatives
Section B

Enseignant : S. BENHMIDA

Epreuve de Statistique 2 *(Durée 2 heures)*

N.B.
- *Arrondir les calculs à la **4**^{ème} décimale.*
- *Bien présenter la copie.*

Exercice 1 : (6 points)

Une usine doit recruter **3** ouvriers parmi **8** candidats dont **5** hommes et **3** femmes.

1) Si les taches des ouvriers sont identiques.

a) Quel est le nombre de sélections différentes possibles?

b) Calculer la probabilité **p** d'embaucher **deux** hommes et **une** femme.

2) Reprendre les questions **a)** et **b)** dans le cas où les taches des ouvriers sont distinctes.

Exercice 2 : (4 points)

Dans une usine, trois machines fabriquent des pièces mécaniques dans les proportions respectives suivantes: p_1=**50%**, p_2=**30%** et p_3=**20%**. On sait que les taux de production de pièces défectueuses par les 3 machines sont respectivement de **2%**, **5%** et **7%**. On choisit au hasard une pièce dans un lot de pièces fabriquées par l'usine et on note l'événement, D = « avoir une pièce défectueuse».

1) calculer la probabilité de D.

2) Sachant qu'on a obtenu une pièce normale lors d'un tirage, quelle est probabilité qu'elle soit fabriquée par la première machine?

Exercice 3 : (6 points)

On suppose que, le dimanche entre 8 heure et 10 heure, le nombre de véhicules passant par une station de péage d'une autoroute est une variable aléatoire X qui suit une loi de Poisson d'espérance ***36***.

I) **1)** Par quelle loi peut-on approcher la loi de X?

2) En utilisant la loi approximative, calculer la probabilité que le nombre de véhicules passant par la station pendant cette période ne dépasse pas **39** véhicules.

II) On suppose que les poids lourds représentent **25%** des véhicules passant par la station pendant cette période et que les véhicules arrivent indépendamment les uns des autres. On pose :
Y = « le nombre de poids lourds passant par la station pendant cette période».

1) Déterminer la loi conditionnelle de $(Y / X = n)$.

2) Déterminer la loi marginale de *Y* et donner son expression.

3) Calculer la probabilité que le nombre de poids lourds passant par la station pendant cette période soit égal à **11**.

N.B. (Les parties **I** et **II** sont indépendantes)

Exercice 4 : (4 points)

On suppose que la durée de vie des ampoules d'un certain type de vidéo projecteurs est une variable aléatoire X de loi normale d'espérance **3000** heures et d'écart type **100** heures.

1) Donner l'expression de la densité de probabilité de X.

2) Quelle est la probabilité qu'une ampoule fonctionne moins que **2900** heures?

3) Déterminer la durée de vie minimale x_m qu'une ampoule peut dépasser avec une probabilité de **0,99**.

Extrait de la table de la fonction de répartition π(u) de la loi normale centrée réduite

u	0,1	0,5	1	1,1	1,5	2,3	2,327	2,5
π(u)=P(U<u)	0,5398	0,6915	0,8413	0,8643	0,9332	0,9893	0,99	0,9938

Université Sidi Mohamed Ben Abdellah
Faculté des sciences Juridiques,
Economiques et Sociales
- Fès-

Année Universitaire 2004/2005 ($3^{ème}$ semestre)
Filière: Sciences Economiques et Gestion
Module: Méthodes quantitatives 2
Section B

Enseignant : S. BENHMIDA

Epreuve de Statistique 2 *(Session de rattrapage)*

(Durée 1 heure 30mn)

N.B. • *Arrondir les calculs à la* ***4**ème* *décimale.*
• *Bien présenter la copie.*

Exercice 1 : (4 points)

Soit une boîte contenant **30** composants électroniques dont **5** sont défectueux. On y tire au hasard et successivement **3** composants, avec remise si le composant est normal, sinon on le garde.

3) Calculer la probabilité d'avoir les **trois** composants défectueux.
4) Calculer la probabilité d'avoir les **trois** composants normaux.

Exercice 2 : (4 points)

Le nombre de pannes d'une machine sur une période donnée suit une loi de Poisson. Sachant qu'en moyenne la machine fait **une** panne par mois.

1) Calculer la probabilité de n'avoir aucune panne à un mois donné.
2) Calculer la probabilité d'avoir au plus 2 pannes pendant une année.

Exercice 3 : (6 points)

Une machine fabrique des pièces cylindriques caractérisées par leurs diamètres. Soit X la v.a.c. associée à la mesure des diamètres en millimètres (mm). On suppose que X suit une loi normale générale d'espérance **m = 16,5 mm** et d'écart type **σ = 0,8 mm**.

Un service de contrôle classe les pièces fabriquées en trois catégories : les pièces acceptables ou normales dont le diamètre est compris entre **15,5 mm** et **17,5 mm** ; les pièces défectueuses par défaut dont le diamètre est inférieur à **15,5 mm** et les pièces défectueuses par excès dont le diamètre est supérieur à **17,5 mm**.

1) On choisit au hasard une pièce fabriquée par cette machine, calculer.

a) la probabilité que la pièce soit défectueuse par défaut.
b) la probabilité que la pièce soit défectueuse par excès.
c) la probabilité que la pièce soit acceptable

2) Calculer l'effectif de chacune des trois catégories parmi 5000 pièces fabriquées par la machine.

Exercice 4 : (6 points)

Soient X et Y deux variables aléatoires discrètes indépendantes suivant la même loi de Bernoulli de paramètre **p = 0,3**. On pose Z=X+Y et T=X-Y.

1) Déterminer la loi de Z est la loi de T.
2) Déterminer la loi conjointe du couple (Z ; T).
3) Z et T sont-elles indépendantes ? Justifier la réponse.
4) Calculer la covariance du couple (Z ; T). Interpréter et commenter le résultat.

Extrait de la table de la fonction de répartition $\pi(u)$ de la loi normale centrée réduite

u	0,1	0,25	0,75	1,00	1,25	1,5	2,25	2,5
$\pi(u)=P(U<u)$	0,5398	0,5987	0,7734	0,8413	0,8944	0,9332	0,9878	0,9938

Université Sidi Mohamed Ben Abdellah
Faculté des sciences Juridiques, Economiques et Sociales
- Fès-

Année Universitaire 2005/2006 (3ème semestre)
Filière: Sciences Economiques et Gestion
Module: Méthodes quantitatives II
Section B

Enseignant : S. BENHMIDA

Epreuve de Statistique 2 *(Durée 2 heures)*

N.B.
- *Arrondir les calculs à la **4ème** décimale.*
- *Bien présenter la copie.*

Exercice 1 : (4 points)

Dans un atelier d'assemblage de micro-ordinateurs on utilise trois types de microprocesseurs M_1, M_2 ou M_3 dont les pourcentages de non conformité sont respectivement de : 3 %, 2 % et 1 %.
On suppose que 15 % des micro-ordinateurs portent le microprocesseur M_1, 40 % portent le microprocesseur M_2 et 45 % portent le microprocesseur M_3.
Si on choisit au hasard un micro-ordinateur et on constate que son microprocesseur est conforme, quelle est la probabilité qu'il soit du type M_2 ? (Donner une formulation du problème avant de répondre à la question).

Exercice 2 : (6 points)

Dans une usine le personnel d'un département comporte 5 ingénieurs et 10 techniciens.
Si on en prélève 4 au hasard pour former une équipe, sans tenir compte de leur qualité d'ingénieur ou de technicien. Calculer les probabilités des événements suivants:
1) A = « l'équipe comporte exactement deux ingénieurs ».
2) B = « l'équipe comporte exactement trois techniciens ».
3) C = « l'équipe comporte au moins un ingénieur ».

Exercice 3 : (6 points)

Le service après-vente d'un magasin reçoit, entre 15 h et 18 h, un appel téléphonique par 5 minutes. On suppose que le nombre d'appels X par **tranches de 5 minutes**, entre 15 h et 18 h, suit une loi de Poisson de paramètre $\lambda = 1$.
1) Calculer la probabilité de recevoir entre 17 h et 17 h 05 :
  a) Zéro appel.
  b) Au moins deux appels.
2) Soit Y la variable aléatoire associée au nombre d'appels téléphoniques entre 15 h et 18 h.
  a) Quelle est la loi de probabilité de Y? Donner son expression.
  b) Par quelle loi peut-on approcher la loi de Y? Justifier la réponse.
  c) En utilisant la loi approximative, calculer la probabilité que le service après-vente reçoive plus que 45 appels entre 15 h et 18 h.

Exercice 4 : (4 points)

Une machine automatique remplit des petits sachets de café dont le poids Y en gramme est distribué selon une loi normale générale d'espérance **m** et d'écart type **σ**.
Sachant que **5,48%** des sachets remplis ont un poids inférieur à ***96*** *g* et **0,82%** des sachets remplis ont un poids supérieur à ***106*** *g*.
1) Déterminer l'espérance m et l'écart type σ de la variable aléatoire Y.
2) Calculez la probabilité qu'un sachet pris au hasard ait un poids compris entre 98 g et 102 g.

Extrait de la table de la fonction de répartition $\pi(u)$ de la loi normale centrée réduite

u	0,1	0,5	0,8	1	1,5	1,6	2,3	2,4	2,5
$\pi(u)=P(U<u)$	0,5398	0,6915	0,7881	0,8413	0,9332	0,9452	0,9893	0,9918	0,9938

Université Sidi Mohamed Ben Abdellah
Faculté des sciences Juridiques,
Economiques et Sociales
- Fès-

Année Universitaire 2005/2006 (3ème semestre)
Filière: Sciences Economiques et Gestion
Module: Méthodes quantitatives II
Section B

Enseignant : S. BENHMIDA

Epreuve de Statistique 2 (Session de rattrapage)

(Durée 1 heure)

N.B. • *Arrondir les calculs à la **4ème** décimale.*
• *Bien présenter la copie.*

Exercice 1 : (4 points)

Le service médical d'une usine de ciment relève les statistiques suivantes :
10 % des employés ont une maladie M, parmi ces malades 80 % sont des fumeurs, alors que parmi les non malades il n y'a que 5 % de fumeurs. On choisit au hasard un employé de cette usine. On note les événements suivants :
M = " l'employé a la maladie M " ; N = " l'employé n'a pas la maladie M " et
F = " l'employé est fumeur ".

1) Donner les probabilités P(M), P(N), P(F|M) et P(F|N). On en déduit la probabilité P(F).
2) On sait qu'un employé est fumeur, quelle est la probabilité qu'il soit malade ?

Exercice 2 : (8 points)

Dans une faculté de **5200** étudiants, on compte **130** étudiants inscrits au troisième cycle. On choisit au hasard **80** étudiants différents parmi les **5200**, pour bénéficier d'une formation en informatique. On désigne par *X* : « le nombre d'étudiants de troisième cycle parmi les **80** choisis ».

1) Quelle est la loi exacte de *X* ? Donner son expression, son espérance et sa variance.
2) Préciser, en le justifiant, deux lois discrètes approximatives de *X,* et donner l'expression de chacune.
3) En utilisant la loi approximative la plus appropriée, calculer la probabilité *qu'**au moins trois** étudiants de troisième cycle bénéficient de la formation en informatique.*

Exercice 3 : (8 points)

Le gain net annuel d'une entreprise en **millions** de *Dirhams* (*mDh*) est une variable aléatoire *X* de densité : $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{0{,}08\pi}} e^{\frac{-(x-2)^2}{0{,}08}}$ *pour tout* $x \in R.$

1) Donner l'espérance et l'écart type du gain net annuel de l'entreprise.
2) Quelle est la probabilité que l'entreprise réalise un gain net annuel compris entre ***1 600 000 Dh*** et ***2 400 000 Dh*** ?
3) Comparer le résultat obtenu en **2)** à la probabilité minimale prévue par l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev. Conclure.

Extrait de la table de la fonction de répartition π(u) de la loi normale centrée réduite

u	0,1	0,75	1,00	1,5	2	2,25	2,5
π(u)=P(U<u)	0,5398	0,7734	0,8413	0,9332	0,9773	0,9878	0,9938

Université Sidi Mohamed Ben Abdellah
Faculté des sciences Juridiques, Economiques et Sociales
- Fès-

Année Universitaire 2006/2007 (3ème semestre)
Filière: Sciences Economiques et Gestion
Module: Méthodes quantitatives II
Sections B & D
Enseignants : BENHMIDA & RACHIDI

Epreuve de Statistique 2

Exercice 1 : Une urne U_1 contient trois boules noires et sept boules blanches. Une urne U_2 contient cinq boules noires et cinq boules blanches. On choisit une urne au hasard, et on tire successivement deux boules, avec remise, dans l'urne choisie.

On note les événements suivants :

B_1 = «obtenir une boule blanche au 1er tirage»

B_2 : «obtenir une boule blanche au 2ème tirage».

Les événements B_1 et B_2 sont-ils indépendants ?

Exercice 2 : Un test de fabrication des pièces dans une usine est tel que :

Si la pièce est bonne elle est acceptée avec la probabilité de 99%.

Si la pièce est mauvaise elle est refusée avec la probabilité de 99%.

On choisit une pièce au hasard et on la teste. Quelle est la probabilité :

1) Qu'elle y ait une erreur de contrôle ?

2) Qu'une pièce soit mauvaise?

On suppose que la proportion des pièces défectueuses parmi les pièces testées est de 0,5%

Exercice 3 : Un joueur lance 3 fois de suite un dé à 6 faces portant les chiffres : 1 ;2 ;3 ;4 ;5 ;6. Les sorties des six faces sont supposées équiprobables.

1) Si X désigne le nombre de multiples de 3 obtenus au cours des trois lancers, quelle est la loi de X ?

2) Calculer son espérance mathématique et sa variance.

3) Quelle est la probabilité pour le joueur, d'obtenir au moins un multiple de 3 au cours des trois lancers ?

4) Quelle est la probabilité pour la somme des trois chiffres soit égale à 10 ?

Exercice 4 : Soit X une variable aléatoire continue de densité définie par :

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{a}{x} & si \quad -e \le x < -1 \\ x + 1 - a & si \quad -1 \le x < 0 \\ 0 & sinon \end{cases}$$

Déterminer la valeur de a.

Université Sidi Mohamed Ben Abdellah
Faculté des sciences Juridiques, Economiques et Sociales
- Fès-

Année Universitaire 2006/2007 (3ème semestre)
Filière: Sciences Economiques et Gestion
Module: Méthodes quantitatives II
Sections B & D

Enseignants : BENHMIDA & RACHIDI

Epreuve de Statistique 2 (Session de rattrapage)

(Durée 1 heure)

N.B.
- *Arrondir les calculs à la 3ème décimale.*
- *Bien présenter la copie.*
- *Tout résultat non justifié ne sera pas considéré.*

Exercice 1 : (8 points)

D'après le recensement général de la population et de l'habitat de 2004, la répartition de la population marocaine, selon le statut d'occupation des logements et le milieu d'habitat, est donnée par le tableau suivant :

Statut d'occupation	Milieu	
	Urbain	Rural
Propriétaire	56,8	85,8
Locataire	29,2	2,0
Autres	14,0	12,2
Total	100%	100%

Selon le même recensement la population urbaine représente 55% de la population nationale.
En assimilant ces pourcentages à des probabilités et si on choisit un marocain au hasard.
1) Quelle est la probabilité que ce marocain soit locataire ?
2) Sachant que ce marocain est propriétaire, quelle est la probabilité qu'il soit rural ?

Exercice 2 : (12 points)

Sur une chaîne de montage d'appareils électroniques on a constaté qu'en moyenne 0,4% des appareils sortent défectueux.
Dans un lot de 1000 appareils en provenance de cette chaîne, on prélève simultanément 50 appareils. On considère la variable aléatoire X associée au nombre d'appareils défectueux parmi les 50 prélevés.
1) Quelle est la loi exacte de X ? Donnez son expression et calculez son espérance et sa variance.
2) Précisez, en le justifiant, les deux lois discrètes approximatives de X et donnez l'expression de chacune.
3) En choisissant parmi ces deux lois approximatives celle qui convient, calculez les probabilités des événements suivants :

a) Aucun appareil n'est défectueux.
b) Deux appareils sont défectueux.
c) Aux moins deux appareils sont défectueux.

Epreuve de Statistique 2 *(Durée 1 h 30 min)*

N.B.
- *Arrondir les calculs à la **3ème** décimale.*
- *Bien présenter la copie.*
- *Tout résultat non justifié ne sera pas considéré.*

Exercice 1 : (5 points) *(Durée estimée : 15 min)*

Selon le recensement général de la population et de l'habitat de 2004, dans la région de Fès Boulemane, **72 %** de la population est urbaine. On sait aussi que **41,3 %** des urbains et **37,1 %** des ruraux de cette population sont célibataires. On interroge au hasard un individu de cette région. On note U l'événement *"être un urbain"*, R l'événement *"être un rural"*, et C l'événement *"être un célibataire"*.

1) Quelles sont les probabilités suivantes : $P(U)$; $P(R)$; $P(C|U)$ et $P(C|R)$?

2) Calculer la probabilité pour qu'un individu interrogé soit célibataire.

3) Sachant que la personne interrogée n'est pas célibataire, quelle est la probabilité pour qu'elle soit du milieu rural?

Exercice 2 : (5 points) *(Durée estimée : 15 min)*

Une banque constate que les chèques sans provision représentent **2%** des chèques émis par les clients.

Un jour donné, **250** clients ont émis chacun un chèque. Soit X la variable aléatoire associée au nombre de chèques sans provision lors de ce jour.

On suppose que les clients émettent leurs chèques indépendamment les uns des autres.

1) Quelle est la loi de probabilité de X ? Donner son espérance et son écart type.

2) Calculer la probabilité de n'avoir aucun chèque sans provision parmi les 250 émis.

3) Par quelle loi discrète peut on approcher la loi de X ? Donner son expression.

4) En utilisant la loi approximative, calculer la probabilité d'avoir au moins deux chèques sans provision parmi les 250 émis.

Exercice 3 : (4 points) *(Durée estimée : 20 min)*

Soit ($r > 0$) le revenu minimum dans une population. Le revenu des individus de cette population est une variable aléatoire continue X caractérisée par la densité suivante :

$$f(x) = \frac{k}{x^4} \quad si \quad x \geq r \quad et \quad f(x) = 0 \quad si \quad x < r$$

1) Déterminer k en fonction de r pour que f soit une densité de probabilité. Calculer $E(X)$.

2) Déterminer la fonction de répartition F de la variable aléatoire X.

3) Calculer la probabilité qu'un individu gagne plus que le revenu moyen.

Voir au verso ☞

Exercice 4 : (4 points) *(Durée estimée : 15 min)*

On suppose que la consommation mensuelle d'eau en m^3 d'un ménage est représentée par une variable aléatoire X de loi normale générale d'espérance **9** m^3 et d'écart type **2** m^3.

1) Calculer la probabilité que la consommation d'eau de ce ménage dépasse **14** m^3 par mois.

2) Un secteur comporte **225** ménages dont les consommations mensuelles sont des variables aléatoires X_i supposées mutuellement indépendantes et toutes de même loi normale $N(9 ; 2)$.

Soit Y la variable aléatoire associée à la consommation mensuelle d'eau du secteur.

a) Quelle est la loi de Y ? Déterminer sa moyenne et son écart type.

b) On suppose que le secteur est alimenté en eau par une station de pompage. Calculer le volume minimal que la station doit fournir au secteur chaque mois pour satisfaire à la demande avec une probabilité supérieure ou égale à **0,99**.

Extrait de la table de la fonction de répartition π(u) de la loi normale centrée réduite
(Valeurs arrondies)

u	0,1	0,5	0,8	1	1,5	1,6	2,3	2,326	2,4	2,5
$\pi(u) = P(U<u)$	0,54	0,692	0,788	0,841	0,933	0,945	0,989	0,99	0,992	0,994

Université Sidi Mohamed Ben Abdellah
Faculté des sciences Juridiques,
Economiques et Sociales
- Fès-

Année Universitaire 2007/2008 ($3^{ème}$ semestre)
Filière: Sciences Economiques et Gestion
Module: Méthodes quantitatives II
Sections B & D

Epreuve de Statistique 2 (Session de rattrapage)

(Durée 1 h 30 min)

N.B.
- *Arrondir les calculs à la $3^{ème}$ décimale.*
- *Bien présenter la copie.*
- *Tout résultat non justifié ne sera pas considéré.*

Exercice 1 : (6 points) *(Durée estimée : 15 min)*

On utilise un test sanguin pour le dépistage d'une maladie M qui touche 0,6% d'une population. Ce test est positif dans 95% des cas si la personne est malade et il est négatif dans 90% des cas si la personne n'est pas malade. On choisit au hasard une personne de la population et on définit les événements suivants :
M = « la personne est malade » et T = « le test est positif ».
1) Calculez la probabilité que le test soit positif.
2) Pour une personne le test est négatif, quelle est la probabilité que la personne ne soit pas malade ?
3) Calculez la probabilité que le test se trompe (le test est positif et la personne n'est pas malade ou le test est négatif et la personne est malade).

Exercice 2 : (7 points) *(Durée estimée : 30 min)*

Sur une chaîne de montage d'appareils électroniques on a constaté qu'en moyenne 2% des appareils sortent défectueux.
Dans un lot de 1000 appareils en provenance de cette chaîne, on prélève simultanément 50 appareils. On considère la variable aléatoire X associée au nombre d'appareils défectueux parmi les 50 prélevés.
1) Quelle est la loi exacte de X ? Donnez son domaine et son expression et calculez son espérance et sa variance.
2) Précisez, en le justifiant, les deux lois discrètes approximatives de X et donnez l'expression de chacune.
3) En choisissant parmi ces deux lois approximatives celle qui convient, calculez les probabilités des événements suivants :
- **a)** Aucun appareil n'est défectueux.
- **b)** Deux appareils sont défectueux.
- **c)** Aux moins deux appareils sont défectueux.

Voir au verso ☞

Exercice 3 : (7 points) *(Durée estimée : 20 min)*

Une usine fabrique des pièces mécaniques et constate que pour un type de pièces, la demande mensuelle (en milliers de pièces) est une variable aléatoire continue X de densité :

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{0,125\pi}} e^{-8(x-4)^2} \qquad pour\ tout\ \ x \in R$$

1) Quelle est la loi de X ? Déterminez l'espérance et l'écart type de X avec leur unité.

On suppose maintenant que l'espérance de X est de **4 mille** pièces est son écart type est **0,25 mille** pièces.

2) Quelle est la probabilité pour que la demande ne dépasse pas **4500** pièces en un mois ?

3) Le stock d'un mois est **4600** pièces. Calculez la probabilité que la demande ne soit pas satisfaite.

4) Quelle est le nombre minimal x_m de pièces que doit stocker l'usine chaque mois pour satisfaire la demande avec une probabilité de 0,98 ?

Extrait de la table de la fonction de répartition π(u) de la loi normale centrée réduite
(Valeurs arrondies)

u	0,5	0,8	1	1,5	2	2,054	2,1	2,3	2,4	2,5
$\pi(u) = P(U<u)$	0,692	0,788	0,841	0,933	0,977	0,98	0,982	0,989	0,992	0,994

Université Sidi Mohamed Ben Abdellah
Faculté des sciences Juridiques, Economiques et Sociales
- Fès-

Année Universitaire 2008/2009 (3ème semestre)
Filière: Sciences Economiques et Gestion
Module: Méthodes quantitatives II

Sections C & D

Professeur : S. BENHMIDA

Epreuve de Statistique 2 *(Durée 1 h 30 min)*

N.B.
- *Arrondir les calculs à la **3ème** décimale.*
- *Bien présenter la copie.*
- *Tout résultat non justifié ne sera pas considéré.*

Exercice 1 : (5 points) *(Durée estimée : 15 min)*

Une compagnie d'assurance automobile constate, d'après une longue expérience, que 80% des conducteurs sont des 'bons conducteurs'. Les bons conducteurs ont une probabilité de 0,1 d'avoir un accident pendant une année, alors que les mauvais ont une probabilité de 0,7 d'en avoir un pendant la même période.

On choisit un conducteur au hasard et on définit les événements suivants :
A= « le conducteur a eu un accident pendant une année » ; B= « avoir un bon conducteur ».

1) calculer les probabilités suivantes : $P(B);\ P(A/B);\ P(A/\overline{B})$.
2) Calculer la probabilité de A.
3) Un conducteur n'ayant pas eu d'accident au cours de la dernière année, quelle est la probabilité qu'il soit un bon conducteur ?

Exercice 2 : (5 points) *(Durée estimée : 15 min)*

Le département Sciences Economiques d'une faculté, comporte **40** enseignants chercheurs dont, **14** sont des Professeurs de l'Enseignement Supérieur (PES), **8** sont des Professeurs Habilités (PH) et **18** sont des Professeurs de l'enseignement supérieur Assistants (PA). Le département décide de former une commission de **5** enseignants. Si le choix des enseignants est au hasard, calculer les probabilités des événements suivants:
1) A = « la commission est formée de 5 PES ».
2) B = « la commission est formée de 5 PA ».
3) C = « la commission est formée de 2 PES, 1 PH et 2 PA».

Exercice 3 : (6 points) *(Durée estimée : 25 min)*

On suppose que sur un axe routier, le nombre d'accidents pendant une semaine est une variable aléatoire X qui suit une loi de Poisson **d'écart type *5***, et on a constaté que **4%** de ces accidents sont mortels.

Si on pose : Y = « le nombre d'accidents mortels sur cet axe routier pendant une semaine».
1) Quel est le nombre moyen d'accidents pendant une semaine sur cet axe routier ?
2) Donnez l'expression de la loi de X et déterminez la loi conditionnelle de $(Y / X = n)$.
3) Déterminer la loi marginale de Y et donner son expression.
4) Calculer la probabilité que, pendant une semaine, le nombre d'accidents mortels sur cet axe routier soit supérieur ou égal à **2**.

Exercice 4 : (4 points) *(Durée estimée : 10 min)*

Dans un moulin, les sacs de farine de 25 Kilogrammes (Kg) sont remplis par une machine automatique. Une étude a permis de constater que le poids X en Kg, des sacs remplis, n'est pas parfait, mais il est distribué selon une loi normale générale d'espérance **m = 25 Kg** et de variance **$\sigma^2 = 0,64$**.
1) Donner en fonctions de **m** et **σ** la densité de la variable aléatoire X associées au poids des sacs de farine.
2) Calculer la probabilité que le poids d'un sac de farine dépasse **26** Kg.

Extrait de la table de la fonction de répartition $\pi(u)$ de la loi normale centrée réduite
(Valeurs arrondies)

u	0,1	0,5	0,8	1	1,25	1,5	2,3	2,4	2,5
$\pi(u) = P(U<u)$	0,54	0,692	0,788	0,841	0.894	0,933	0,989	0,992	0,994

Université Sidi Mohamed Ben Abdellah
Faculté des sciences Juridiques, Economiques et Sociales
- Fès-

Année Universitaire 2009/2010 (3ème semestre)
Filière: Sciences Economiques et Gestion
Module: Méthodes quantitatives II
Sections C & D

Professeur : S. BENHMIDA

Epreuve de Statistique 2 (Durée 1 h 30 min)

N.B.
- *Arrondir les calculs à la **4ème** décimale.*
- *Bien présenter la copie.*
- *Tout résultat non justifié ne sera pas considéré.*

Exercice 1 : (5 points) *(Durée estimée : 15 min)*

Soit une boîte contenant **2** boules blanches et **8** boules noires. On procède à des tirages successifs avec remise, d'une boule de cette boîte, et on considère la variable aléatoire X définie par :

*X = « le nombre de tirages nécessaires pour avoir **4** boules noires »*

1) Quelle est la loi de *X*? Donner son domaine et son expression.
2) Calculer l'espérance et la variance de *X*.
3) Calculer P(*X* =6).

Exercice 2 : (5 points) *(Durée estimée : 15 min)*

La demande mensuelle X d'un produit suit une loi normale d'espérance **100 unités** et de variance **144**. Le stock au début de chaque mois est de **127 unités**.
1) Calculer la probabilité que la demande mensuelle ne soit pas satisfaite.
2) Calculer la probabilité que la demande mensuelle du produit soit comprise entre **85** et **115**.
3) Quelle est la valeur maximale du stock mensuel pour satisfaire la demande mensuelle dans **96%** des cas ?

Extrait de la table de la fonction de répartition π(u) de la loi normale centrée réduite
(Valeurs arrondies)

u	*0,1*	*0,5*	*0,8*	*1*	*1,2*	*1,25*	*1,5*	*1,7*	*1,75*	*2,25*	*2,5*
$\pi(u) = P(U<u)$	*0,54*	*0,692*	*0,788*	*0,841*	0,885	0.894	*0,933*	*0,955*	*0,960*	*0,988*	*0,994*

Exercice 3 : (10 points) *(Durée estimée : 40 min)*

On constate que **3%** des composants électroniques fabriqués par une usine sont défectueux.

A) Tous les composants sont contrôlés par un appareil tel que ; si un composant est normal l'appareil le déclare ainsi dans **99%** des cas mais si le composant est défectueux il le déclare ainsi dans **95%** des cas.
On choisit au hasard un composant fabriqué par cette usine et on définit les événements suivants :
A = «l'appareil déclare le composant normal » et N = «le composant est normal».
1) Calculer les probabilités suivantes : $P(N)$; $P(A/N)$; $P(\overline{A}/\overline{N})$.
2) Calculer la probabilité que l'appareil déclare un composant défectueux.
3) L'appareil déclare un composant normal, quelle est la probabilité qu'il le soit effectivement ?
4) Calculer la probabilité que l'appareil se trompe.

B) On tire simultanément **100** composants parmi **10000** composants fabriqués par cette usine et on considère la variable aléatoire définie par :
X = « le nombre des composant défectueux parmi les **100** tirés».
1) Quelle est la loi exacte de X ? Donner son domaine et son expression.
2) Calculer l'espérance et la variance de X.
3) En le justifiant, donner les expressions des deux lois approximatives discrètes de X.
4) En utilisant la loi approximative convenable, calculer la probabilité d'avoir au plus un composant défectueux parmi les 100.

Remarque : Les parties **A)** et **B)** sont indépendantes.

Université Sidi Mohamed Ben Abdellah
Faculté des sciences Juridiques, Economiques et Sociales
- Fès-

Année Universitaire 2009/2010 (3ème semestre)
Filière: Sciences Economiques et Gestion
Module: Méthodes quantitatives II
Sections C & D
Professeur : S. BENHMIDA

Epreuve de Statistique 2 (Durée 1 h)
Session de rattrapage

N.B.
- *Arrondir les calculs à la* ***4ème*** *décimale.*
- *Bien présenter la copie.*
- *Tout résultat non justifié ne sera pas considéré.*

Exercice 1 : (10 points) *(Durée estimée : 20 min)*

Des sacs de farine de 25 Kilogrammes (Kg) sont remplis par une machine automatique. Une étude a permis de constater que le poids X en Kg, des sacs remplis, est une variable aléatoire suivant une loi normale générale d'espérance **m** et d'écart type **σ**.

Sachant que **0,75 %** des sacs ont un poids supérieur à **26,3** Kg et **12,1 %** des sacs ont un poids inférieur à **24,5** Kg.

1) Donner en fonctions de **m** et **σ** la densité de la variable aléatoire X associées au poids des sacs de farine.

2) Déterminer l'espérance **m** et l'écart type **σ** de la variable aléatoire X. (Indication : on détermine un système de deux équations linéaires en **m** et **σ**)

3) Calculer la probabilité d'avoir un sac de farine dont le poids est supérieur à **26** Kg.

Extrait de la table de la fonction de répartition π(u) de la loi normale centrée réduite

u	0,1	0,25	1,00	1,17	1,18	1,83	2,43	2,5
π(u)=P(U<u)	0,5398	0,5987	0,8413	0,8790	0,8810	0,9664	0,9925	0,9938

Exercice 2 : (10 points) *(Durée estimée : 25 min)*

Soient X et Y deux variables aléatoires discrètes indépendantes suivant la même loi de Bernoulli de paramètre **p = 0,4**. On pose U=X +Y et V=X-Y.

1) Déterminer la loi de U est la loi de V.

2) Déterminer la loi conjointe du couple (U ; V).

3) U et V sont-elles indépendantes ? Justifier la réponse.

4) Calculer la covariance du couple (U ; V). Interpréter et commenter le résultat.

Université Sidi Mohamed Ben Abdellah
Faculté des sciences Juridiques, Economiques et Sociales
- Fès-

Année Universitaire 2009/2010 ($2^{ème}$ semestre)
Filière: Sciences Economiques et Gestion
Module: Méthodes quantitatives II
Sections C & D
Professeur : S. BENHMIDA

Epreuve de Statistique 2 *(Durée 1 h 30 min)*

N.B.
- *Arrondir les calculs à la **3**^{ème} décimale.*
- *Bien présenter la copie.*
- *Tout résultat non justifié ne sera pas considéré.*

Exercice 1 : (4 points) *(Durée estimée : 10 min)*

Un électricien achète respectivement **40 %** et **60 %** des lampes électriques chez deux fournisseurs **A** et **B**. Dans son atelier il met toutes les lampes dans une même boîte et de cette boîte il tire au hasard une lampe. Sachant que **5 %** des lampes fournies par **A** sont défectueuses alors que cette proportion et de **10 %** pour les lampes fournies par **B**.
On définit les événements suivants : A = « la lampe est fournie par **A** » ; B = « la lampe est fournie par **B** » et D = « la lampe est défectueuse »
1) Calculer la probabilité d'avoir une lampe défectueuse.
2) Sachant que la lampe tirée est normale, calculer la probabilité qu'elle soit fournie par **B** et en déduire la probabilité qu'elle soit fournie par **A**.

Exercice 3 : (10 points) *(Durée estimée : 35 min)*

On suppose que le nombre de personnes qui visitent un magasin, par tranches de **15 minutes** entre 18 h et 19 h, est une variable aléatoire X qui suit une loi de Poisson de paramètre **4**, et que **la moitié** des visiteurs effectuent un achat indépendamment les uns des autres.
1) Calculez la probabilité que le magasin soit visiter entre 18 h et 18 h 15 par :
a) Deux personnes.
b) Au moins trois personnes.
2) On considère les deux variables aléatoires discrètes suivantes :
Y = « le nombre de personnes qui visitent le magasin entre 18 h et 19 h » et Z = « le nombre de personnes ayant effectuées un achat dans le magasin entre 18 h et 19 h »
a) Déterminer la loi de Y et donner son expression, ainsi que son espérance.
b) Déterminer la loi conditionnelle de (Z / Y = n) et donner son expression.
c) Déterminer la loi marginale de Z et donner son expression, ainsi que son espérance et son écart type.
d) Déterminer par l'inégalité de Bienaymé-Tchébycheff un majorant de la probabilité suivante : $P(|Z-8|>4)$.

Exercice 2 : (6 points) *(Durée estimée : 25 min)*

Une usine utilise **9** machines indépendantes de même type pour la production des pièces mécaniques. On suppose que la production mensuelle d'une machine en **milliers** de pièces est une variable aléatoire X de loi normale générale d'espérance **9** (c.à.d. 9 mille pièces) et de variance **4**.
1) Calculer la probabilité que la production mensuelle de la machine dépasse l'espérance de X.
2) Calculer la probabilité que la production mensuelle de la machine soit comprise ente **8000** et **12000** pièces.
3) Soit Y la variable aléatoire associée à la production mensuelle de l'usine en milliers de pièces.
a) Quelle est la loi de Y ? Déterminer sa moyenne et son écart type.
b) Calculer la production mensuelle minimale que l'usine peut atteindre avec une probabilité de ***0,99***.

Extrait de la table de la fonction de répartition π(u) de la loi normale centrée réduite (Valeurs arrondies)

u	0,1	0,5	0,8	1	1,5	1,6	2,3	2,326	2,4	2,5
$\pi(u) = P(U<u)$	0,54	0,692	0,788	0,841	0,933	0,945	0,989	0,99	0,992	0,994

Université Sidi Mohamed Ben Abdellah
Faculté des sciences Juridiques, Economiques et Sociales
- Fès-

Année Universitaire 2009/2010 ($2^{ème}$ semestre)
Filière: Sciences Economiques et Gestion
Module: Méthodes quantitatives II
Sections C & D

Professeur : S. BENHMIDA

Epreuve de Statistique 2 *(Durée 1 h)*
Session de rattrapage

N.B.
- *Arrondir les calculs à la **4** ème décimale.*
- *Bien présenter la copie.*
- *Tout résultat non justifié ne sera pas considéré.*

Exercice 1 : (5 points) *(Durée estimée : 15 min)*

Soit une urne contenant ***75%*** de boules noires et **25%** de boules blanches. On procède à des tirages successifs avec remise d'une boule de cette urne, et on considère la variable aléatoire X définie par : *X = « le nombre de tirages nécessaires pour avoir **6** boules blanches »*

1) Quelle est la loi de *X* ? Donnez son domaine et son expression.
2) Calculer l'espérance et la variance de X.
3) Calculer P(X=7).

Exercice 2 : (15 points) *(Durée estimée : 40 min)*

Une banque constate que **2%** de ses clients ne sont pas solvables.

A) Une étude permet de constater que ***70%*** des clients non solvables émettent un chèque sans provision alors que cette proportion est de **3%** pour les clients solvables,.

On choisit un client au hasard et on définit les événements suivants :
E = « le client émet un chèque sans provision » ; S = « le client est solvable ».
1) Calculer la probabilité de E.
2) Un client a émis un chèque sans provision, quelle est la probabilité qu'il soit solvable ?

B) On choisit, d'une façon indépendante, **100** clients de cette banque et on définit la variable aléatoire: *X = « le nombre des clients non solvables parmi les **100** choisis ».*
1) Quelle est la loi exacte de X ? Donner son expression et calculer son espérance et sa variance.
2) En le justifiant, donner l'expression d'une loi approximative discrète de X.
3) En utilisant cette loi approximative, calculer la probabilité d'avoir au plus deux clients non solvables parmi les 100.

C) On choisit, d'une façon indépendante, **1600** clients de cette banque et on définit la variable aléatoire: *Y = « le nombre des clients non solvables parmi les **1600** choisis ».*
1) Quelle est la loi exacte de Y ? Donner son expression et calculer son espérance et son écart type.
2) En le justifiant, préciser une loi approximative continue de Y, et donner sa densité de probabilité.
3) En utilisant cette loi approximative, calculer la probabilité suivante : $P(25<Y<39)$.

Remarque : Les parties **A)**, **B)** et **C)** sont indépendantes.

Extrait de la table de la fonction de répartition $\pi(u)$ de la loi normale centrée réduite

u	0,1	0,25	1,00	1,15	1,25	1,5	1,83	2,5
$\pi(u)=P(U<u)$	0,5398	0,5987	0,8413	0,8749	0.8943	0,9332	0,9664	0,9938

Université Sidi Mohamed Ben Abdellah
Faculté des sciences Juridiques,
Economiques et Sociales
- Fès-

Année Universitaire 2010/2011 (2ème semestre)
Filière: Sciences Economiques et Gestion
Module: Méthodes quantitatives II
Sections C & D

Professeur : S. BENHMIDA

Epreuve de Statistique 2 *(Durée 1 h 30 min)*

N.B.
- *Arrondir les calculs à la **3ème** décimale.*
- *Bien présenter la copie.*
- *Tout résultat non justifié ne sera pas considéré.*

Exercice 1 points) *(Durée estimée : 25 min)*: (8

Une agence de location de voitures constate que **5%** des voitures louées tombent en panne. Etant donné qu'une semaine, **60** voitures ont été louées, indépendamment les unes des autres, chez cette agence. On considère la variable aléatoire X définie par :

X = «*le nombre de voitures qui tombent en panne* parmi les 6**0** louées»

1) Quelle est la loi de X ? Donner son expression, ainsi que son espérance et sa variance.
2) Calculer la probabilité que **deux** voitures louées tombent en panne.
3) En le justifiant, préciser une loi approximative discrète de X, et donner son expression.
4) En utilisant cette loi approximative, calculer les probabilités des événements suivants :
    a) *A = « **deux** voitures louées tombent en panne »*. Comparer avec le résultat obtenu en **2)**.
    b) *B = « **deux** voitures louées **au plus** tombent en panne »*.

Exercice 2 : (8 points) *(Durée estimée : 25 min)*

Les employés d'une usine sont répartis en trois catégories, les cadres qui représentent ***10%***, les techniciens qui représentent ***60%*** et les ouvriers qui représentent ***30%***. On sait que les taux de présence pour les trois catégories sont respectivement de ***92 %***, ***96 %*** et ***98 %***. On choisit au hasard un nom dans la liste des employés de cette usine et on définit les événements suivants :

C_1 = « l'employé est un cadre » ; C_2 = « l'employé est un technicien » ; C_3 = « l'employé est un ouvrier» et *A = « l'employé est absent».*

1) déterminer les probabilités suivantes : $P(C_i)$ et $P(A/C_i)$ pour i = 1 ; 2 et 3.
2) Calculer la probabilité de l'événement A.
3) On sait que l'employé est absent ;
    a) quelle est la probabilité qu'il soit un cadre ?
    b) quelle est la probabilité qu'il soit un ouvrier ?
    c) déduire de **a)** et **b)** la probabilité qu'il soit un technicien.

Exercice 3 : (6 points) *(Durée estimée : 20 min)*

Une machine fabrique des pièces mécaniques de forme cylindrique dont le diamètre en millimètres (mm) est une variable aléatoire continue X suivant une loi normale générale d'espérance ***15 mm*** et de variance ***0,25***. Les pièces fabriquées par cette machine sont contrôlées, et on considère qu'une pièce et normale si son diamètre est compris entre ***14,1 mm*** et ***15,9 mm***.

1) Donner l'expression de la fonction densité de probabilité de X.
2) Calculer la probabilité que le diamètre d'une pièce dépasse ***16 mm***.
3) Calculer la probabilité qu'une pièce soit normale.
4) Déduire le nombre des pièces défectueuses, sur ***1000*** pièces fabriquées par la machine.

Extrait de la table de la fonction de répartition π(u) de la loi normale centrée réduite (Valeurs arrondies)

u	0,1	0,5	1	1,5	1,6	1,8	2	2,3	2,4	2,5
$\pi(u) = P(U<u)$	0,54	0,692	0,841	0,933	0,945	0,964	0,977	0,989	0,992	0,994

Université Sidi Mohamed Ben Abdellah
Faculté des sciences Juridiques, Economiques et Sociales
- Fès-

Année Universitaire 2011/2012 (2ème semestre)
Filière: Sciences Economiques et Gestion
Module: Méthodes quantitatives II
Sections C & D

Professeur : S. BENHMIDA

Epreuve de Statistique 2 *(Durée 1 h 30 min)*

N.B.
- *Arrondir les calculs à la* ***3ème*** *décimale.*
- *Bien présenter la copie.*
- *Tout résultat non justifié ne sera pas considéré.*

Exercice 1 : (8 points) *(Durée estimée : 25 min)*

Une entreprise importe des climatiseurs auprès de trois pays A, B et C, dans les proportions respectives suivantes ***25%***, ***40%*** et ***35%***. On sait que les taux des climatiseurs défectueux, selon le pays, sont respectivement de ***4 %***, ***1 %*** et ***2 %***. On choisit au hasard un climatiseur importé par cette entreprise et on définit les événements suivants :
A = « le climatiseur provient du pays A» ; *B = « le climatiseur provient du pays B»* ; *C = « le climatiseur provient du pays C »* et *D = « le climatiseur est défectueux»*.

1) déterminer les probabilités suivantes : $P(A)$, $P(B)$, $P(C)$, $P(D/A)$, $P(D/B)$ et $P(D/C)$.
2) Calculer la probabilité de l'événement D.
3) Sachant que le climatiseur choisi est défectueux ;
  a) quelle est la probabilité qu'il provient du pays A ?
  b) quelle est la probabilité qu'il provient du pays B?
  c) déduire de **a)** et **b)** la probabilité qu'il provient du pays C.

Exercice 2 : (7 points) *(Durée estimée : 25 min)*

On suppose que le nombre des fausses alertes reçues par le standard d'un commissariat de police soit distribué selon une loi de Poison ; et on sait que le standard reçoive en moyenne **trois** fausses alertes par tranche de **deux heures**. On considère la variable aléatoire discrète définie par :

X = «le nombre des fausses alertes reçues par le standard pendant deux heures »

1) Quelle est la loi de X ? Donner son expression, ainsi que son espérance et sa variance.
2) Calculer la probabilité que le standard ne reçoive **aucune** fausse alerte pendant deux heures.
3) Calculer la probabilité que le standard reçoive au plus **deux** fausses alertes pendant deux heures.
4) On considère la variable aléatoire discrète suivante :

Y = «le nombre des fausses alertes reçues par le standard pendant une journée (24 heures) »

Déterminer la loi de Y et donner son expression, ainsi que son espérance et son écart type.

Exercice 3 : (5 points) *(Durée estimée : 20 min)*

Un magasin constate que **50%** de ses visiteurs effectuent un achat. Etant donné qu'un après midi, **64** personnes ont visité le magasin indépendamment les unes des autres.

On considère la variable aléatoire X définie par :

X = «le nombre des visiteurs ayant effectué un achat parmi les 64»

1) Quelle est la loi de X ? Donner son expression, ainsi que son espérance et son écart type.
2) Calculer la probabilité que **30** visiteurs effectuent un achat.
3) En le justifiant, préciser une loi approximative continue de X, et donner sa densité de probabilité.
4) En utilisant cette loi approximative, calculer la probabilité que :
  a) le nombre des visiteurs ayant effectué un achat ne dépasse pas **40**.
  b) le nombre des visiteurs ayant effectué un achat soit compris entre **26** et **38**.

Extrait de la table de la fonction de répartition π(u) de la loi normale centrée réduite (Valeurs arrondies)

u	0,1	0,5	1	1,5	1,6	1,8	2	2,3	2,4	2,5
$\pi(u) = P(U<u)$	0,54	0,692	0,841	0,933	0,945	0,964	0,977	0,989	0,992	0,994

Université Sidi Mohamed Ben Abdellah
Faculté des sciences Juridiques, Economiques et Sociales
- Fès-

Année Universitaire 2011/2012 (2ème semestre)
Filière: Sciences Economiques et Gestion
Module: Méthodes quantitatives II
Sections C & D

Professeur : S. BENHMIDA

Epreuve de Statistique 2 *(Durée 1h30min)*
Session de rattrapage

N.B.
- *Arrondir les calculs à la **4 ème** décimale.*
- *Bien présenter la copie.*
- *Tout résultat non justifié ne sera pas considéré.*

Exercice 1 : (6 points) *(Durée estimée : 15 min)*

Dans une ville de ***100000*** habitants, on a constaté que ***5%*** des habitants ne sont pas en faveur d'un projet municipal. On interroge ***80*** personnes différentes de cette ville et on désigne par :

X = « le nombre d'habitants interrogés et qui ne sont pas en faveur du projet ».

1) Quelle est la loi exacte de X ? Donner son domaine et son expression.

2) En le justifiant, donner les expressions des deux lois approximatives discrètes de X.

3) En utilisant la loi approximative convenable, calculer $P(X \leq 2)$.

Exercice 2 : (6 points) *(Durée estimée : 15 min)*

Soit une urne contenant ***40%*** de boules blanches et **60%** de boules noires. On procède à des tirages successifs avec remise d'une boule de cette urne, et on considère la variable aléatoire X définie par : X = « le nombre de tirages nécessaires pour avoir **deux** boules blanches »

1) Quelle est la loi de X ? Donnez son domaine et son expression.

2) Calculez l'espérance et la variance de X.

3) Calculez P(X=4).

Exercice 3 : (8 points) *(Durée estimée : 40 min)*

Dans un moulin, les sacs de farine de 25 Kilogrammes (Kg) sont remplis par une machine automatique. Une étude a permis de constater que le poids X en Kg, des sacs remplis, n'est pas parfait, mais il est distribué selon une loi normale générale d'espérance $\boldsymbol{m}$ et d'écart type $\boldsymbol{\sigma}$.

Sachant que sur **3000** sacs remplis, on dénombre **363** sacs dont le poids est inférieur à **24,52** Kg et 35**7** sacs dont le poids est supérieur à **26,4** Kg.

1) Donner en fonctions de $\boldsymbol{m}$ et $\boldsymbol{\sigma}$ la densité de la variable aléatoire X associées au poids des sacs de farine.

2) Déterminer l'espérance $\boldsymbol{m}$ et l'écart type $\boldsymbol{\sigma}$ de la variable aléatoire X.

3) Calculer la probabilité d'avoir un sac de farine dont le poids est inférieur à **24,5** Kg.

4) Calculer la probabilité d'avoir un sac de farine dont le poids est supérieur à **26** Kg.

Extrait de la table de la fonction de répartition π(u) de la loi normale centrée réduite

u	0,1	0,25	0,68	1,00	1,17	1,18	1,195	2,5
π(u)=P(U<u)	0,5398	0,5987	0,7517	0,8413	0,8790	0,8810	0,8840	0,9938

Université Sidi Mohamed Ben Abdellah
Faculté des sciences Juridiques,
Economiques et Sociales
- Fès-

Année Universitaire 2012/2013 (2ème semestre)
Filière: Sciences Economiques et Gestion
Module: Méthodes quantitatives II
Sections C & D

Professeur : S. BENHMIDA A

Epreuve de Statistique 2 (Durée 1 h 30 min)

N.B.
- *Arrondir les calculs à la 3ème décimale.*
- *Bien présenter la copie.*
- *Tout résultat non justifié ne sera pas considéré.*

Exercice 1 : (5 points) *(Durée estimée : 15 min)*

On utilise un test sanguin pour le dépistage d'une maladie M qui touche 0,2% d'une population. Ce test est positif dans 98% des cas si la personne est malade et il est négatif dans 96% des cas si la personne n'est pas malade. On choisit au hasard une personne de la population et on définit les événements suivants :

M = « la personne est malade » et *T = « le test est positif »*.

1) Calculer les probabilités suivantes : $P(M);\ P(T/M);\ P(\overline{T}/\overline{M})$.

2) Calculer la probabilité que le test soit positif.

3) Si pour une personne le test est positif, quelle est la probabilité que la personne soit malade ?

4) Calculer la probabilité que le test ne se trompe pas (le test est positif et la personne est malade ou le test est négatif et la personne n'est pas malade).

Exercice 2 : (5 points) *(Durée estimée : 15 min)*

Soit une urne contenant ***40%*** de boules blanches et **60%** de boules noires. On procède à des tirages successifs avec remise d'une boule de cette urne, et on considère la variable aléatoire X définie par :

*X = « le nombre de tirages nécessaires pour avoir **trois** boules blanches »*

1) Quelle est la loi de *X* ? Donner son domaine et son expression.

2) Calculer l'espérance et la variance de X.

3) Calculer P(X=4).

Exercice 3 : (10 points) *(Durée estimée : 35 min)*

On suppose que le nombre *X*, de personnes qui passent par le service orientation d'une administration publique, par tranches de **dix minutes** entre 9 h et 11 h, suive une loi de Poisson de paramètre $\lambda = 3$.

A) Calculer la probabilité que le service reçoive entre 9 h et 9 h 10 :

1) Deux personnes.

2) Au moins deux personnes.

B) Soit *Y* le nombre de personnes qui passent par le service par tranches de **30 minutes** entre 9 h et 11 h.

1) Quelle est la loi de *Y* ? Donner son expression, son espérance et son écart type.

2) Calculer la probabilité que le service reçoive **5** personnes entre 10 h et 10 h 30.

3) Déterminer par l'inégalité de Bienaymé-Tchébycheff un majorant de la probabilité : $P(|Y-9|>5)$.

C) Soit *Z* le nombre total de personnes qui passent par le service entre 9 h et 11 h.

1) Quelle est la loi de *Z* ? Donner son espérance et son écart type.

2) En le justifiant, préciser une loi approximative continue de *Z*, et donner sa densité de probabilité.

3) En utilisant cette loi approximative, calculer la probabilité que le service reçoive au moins 30 personnes entre 9 h et 11 h.

Remarque : Les parties **A)**, **B)** et **C)** sont indépendantes.

Extrait de la table de la fonction de répartition π(u) de la loi normale centrée réduite (Valeurs arrondies)

u	*0,1*	*0,5*	*1*	*1,5*	*1,6*	*1,8*	*2*	*2,3*	*2,4*	*2,5*
π(u) = P(U<u)	*0,54*	*0,692*	*0,841*	*0,933*	*0,945*	*0,964*	*0,977*	*0,989*	*0,992*	*0,994*

Université Sidi Mohamed Ben Abdellah
Faculté des sciences Juridiques, Economiques et Sociales
- Fès-

Année Universitaire 2012/2013 ($2^{ème}$ semestre)
Filière: Sciences Economiques et Gestion
Module: Méthodes quantitatives II
Sections C & D
Professeur : S. BENHMIDA

Epreuve de Statistique 2 (Durée 1h30min) Session de rattrapage

N.B.
- *Arrondir les calculs à la **4** ^{ème} décimale.*
- *Bien présenter la copie.*
- *Tout résultat non justifié ne sera pas considéré.*

Exercice : Traiter les trois parties indépendantes de cet exercice. *(Durée estimée : 70 min)*

Partie A (8 points) : Une entreprise importe un produit alimentaire auprès de trois pays E_1, E_2 et E_3, dans les proportions respectives de ***22 %***, ***35 %*** et ***43 %.*** D'après une longue expérience on constate que ***0,5%*** des produits importés du pays E_1 sont non conformes aux normes d'hygiène, alors que cette proportion et de ***1%*** pour le pays E_2 et de ***2%*** pour le pays E_3.

On choisit au hasard un produit importé par cette entreprise et on définit les événements suivants :
C = « le produit est conforme aux normes» et E_i = *« le produit est importé du pays* E_i» ; pour i = 1 ; 2 et 3.

1) déterminer les probabilités suivantes : $P(E_i)$ et $P(C/E_i)$ pour i = 1 ; 2 et 3.
2) Calculer la probabilité de l'événement *C*.
3) On sait qu'un produit est non conformes aux normes d'hygiène;
- **a)** quelle est la probabilité qu'il soit importé du pays E_1?
- **b)** quelle est la probabilité qu'il soit importé du pays E_2?
- **c)** déduire de **a)** et **b)** la probabilité qu'il soit importé du pays E_3.

Partie B (6 points) : On suppose que **1,25%** des produits importés par cette entreprise sont non conformes aux normes d'hygiène. On choisit au hasard et simultanément **80** produits dans un lot de **1200** produits importés et on considère la variable aléatoire définie par :

X = « le nombre des produits non conformes parmi les **80** choisis».

1) Quelle est la loi exacte de X ? Donner son domaine et son expression.
2) Calculer l'espérance et la variance de X.
3) En le justifiant, donner les expressions des deux lois approximatives discrètes de X.
4) Calculer, par les deux lois approximatives, la probabilité d'avoir les **80** produits choisis conformes aux normes.

Partie C (6 points) : On suppose que la quantité annuelle, **en milliers de tonnes**, importée par l'entreprise selon chaque pays, suit une loi normale générale et que les importations sont indépendantes d'un pays à l'autre. On note par Y_i la variable aléatoire continue associée à la quantité annuelle importée du pays E_i, pour i = 1 ; 2 et 3. On donne les espérances respectives de Y_1, Y_2 et Y_3 par **170 ; 280 ; 350** ainsi que les écart-types correspondant par **8 ; 4 ; 8**.

1) Calculer la probabilité que la quantité annuelle importée du pays E_2 ne dépasse pas **285 000 tonnes**.
2) Calculer la probabilité que la quantité annuelle importée du pays E_3 soit comprise ente **340 000** et **370 000 tonnes**.
3) Soit *Y* la variable aléatoire associée à toute la quantité annuelle des produits importée par l'entreprise.
- **a)** Quelle est la loi de *Y* ? Déterminer sa moyenne et son écart type.
- **b)** Calculer la quantité annuelle maximale que l'entreprise peut importer avec une probabilité de ***0,98***.

Extrait de la table de la fonction de répartition $\pi(u)$ de la loi normale centrée réduite (Valeurs arrondies)

u	0,1	0,5	0,8		1	1,25	1,6	2,05	2,3	2,4	2,5
$\pi(u) = P(U<u)$	0,54	0,692	0,788		0,841	0,894	0,945	0,98	0,989	0,992	0,994

Université Sidi Mohamed Ben Abdellah
Faculté des sciences Juridiques,
Economiques et Sociales
- Fès-

Année Universitaire 2013/2014 (2ème semestre)
Filière: Sciences Economiques et Gestion
Module: Méthodes quantitatives II
Sections C & D

Professeur : S. BENHMIDA

Epreuve de Statistique 2 *(Durée 1 h 30 min)*

N.B.
- *Arrondir les calculs à la **3ème** décimale.*
- *Bien présenter la copie.*
- *Tout résultat non justifié ne sera pas considéré.*

Exercice 1 : (4 points) *(Durée estimée : 15 min)*

Trois ingénieurs A, B et C se penchent indépendamment les uns des autres sur la résolution d'un problème. Ils ont respectivement **50%**, **60%** et **80%** de chance de résoudre le problème. Quelle est la probabilité que :

1) le problème soit résolu par les trois ingénieurs?
2) le problème ne soit résolu par aucun des trois ingénieurs ?
3) le problème soit résolu par un seul ingénieur?
4) le problème soit résolu par A et B sachant qu'il est résolu par C ?

Exercice 2 : (6 points) *(Durée estimée : 20 min)*

Les salariés d'une entreprise comprennent 20 % de cadres et 80 % d'employés. On sait que 60 % des cadres parlent l'anglais alors que cette proportion n'est que de 10 % pour les employés. On choisit au hasard un salarié et on définit les événements suivants :

A = « le salarié parle l'anglais» ; C= « le salarié est un cadre » et E= « le salarié est un employé».

1) Calculer les probabilités suivantes : $P(C);\ P(E);\ P(A/C)$ et $P(A/E)$.
2) Calculer la probabilité de A
3) Un salarié ne parle pas l'anglais. Quelle est la probabilité qu'il soit un cadre?
4) Un salarié ne parle pas l'anglais. Calculer de deux façons la probabilité qu'il soit un employé.

Exercice 3 : (6 points) *(Durée estimée : 20 min)*

On suppose que le nombre X de réclamations reçues chaque jour par le service après-vente d'un magasin, suit une loi de Poisson de paramètre $\lambda = 2$.

1) Calculer la probabilité de recevoir un jour donné :
- **a)** Une seule réclamation.
- **b)** Au plus deux réclamations.

2) Le magasin est fermé le dimanche. Soit Y la variable aléatoire associée au nombre de réclamations reçues chaque semaine par le service après-vente du magasin.
- **a)** Quelle est la loi de probabilité de Y? Donner son expression.
- **b)** Calculer l'espérance et l'écart type de Y
- **c)** Déterminer par l'inégalité de Bienaymé-Tchébycheff un majorant de la probabilité : $P(|Y-12|>4)$.

Exercice 4 : (4 points) *(Durée estimée : 15 min)*

Une machine automatique remplit des petits sachets de café dont le poids X en gramme (g) est distribué selon une loi normale générale d'espérance ***m =50g*** et d'écart type ***σ =4g***.

1) Donner l'expression de la fonction densité de probabilité de X.
2) Calculer la probabilité que le poids d'un sachet soit d'au moins ***48g***.
3) Calculer la probabilité que le poids d'un sachet soit compris entre ***45g*** et ***55g***.
4) Une usine utilise une chaîne de 25 machines indépendantes du même type précédent. Soit Y la variable aléatoire associée au poids en gramme d'une caisse contenant 25 petits sachets de café remplis par cette chaîne. Quelle est la loi de probabilité de Y? Calculer son espérance et son écart type.

Extrait de la table de la fonction de répartition π(u) de la loi normale centrée réduite (Valeurs arrondies)

u	*0,1*	*0,5*	*1*	*1,25*	*1,5*	*1,8*	*2*	*2,3*	*2,4*	*2,5*
π(u) = P(U<u)	*0,54*	*0,692*	*0,841*	*0,894*	*0,933*	*0,964*	*0,977*	*0,989*	*0,992*	*0,994*

Université Sidi Mohamed Ben Abdellah
Faculté des sciences Juridiques,
Economiques et Sociales
- Fès-

Année Universitaire 2013/2014 (2ème semestre)
Filière: Sciences Economiques et Gestion
Module: Méthodes quantitatives II
Sections C & D

Professeur : S. BENHMIDA

Epreuve de Statistique 2 *(Durée 1h30min)*
Session de rattrapage

N.B.
- *Arrondir les calculs à la **3ème** décimale.*
- *Bien présenter la copie.*
- *Tout résultat non justifié ne sera pas considéré.*

Exercice 1 : (5 points) *(Durée estimée : 15 min)*

Dans un pays, **40 %** de la population active sont des femmes. On sait que parmi les femmes de cette population active **8 %** sont au chômage, alors que parmi les hommes cette proportion est de **10 %**. On choisit au hasard une personne de cette population active, et on considère les événements suivants :

C =" la personne est au chômage" ; F = "la personne est une femme" et *H= " la personne est un homme".*

1) Quelles sont les probabilités *P(F) ; P(H) ; P(C/F)* et *P(C/H)* ?
2) Calculer la probabilité que la personne choisie soit au chômage.
3) Sachant que la personne choisie est au chômage, quelle est la probabilité qu'elle soit un homme? On en déduire la probabilité que cette personne soit une femme.

Exercice 2 : (10 points) *(Durée estimée : 40 min)*

Dans une coopérative laitière, des sacs d'un demi litre de lait sont remplis indépendamment les uns des autres par une machine, avec un taux de défectuosité de **5 %**.

1) Pour assurer le bon fonctionnement de cette machine, on procède à un contrôle de la machine dès l'apparition du **3ème** sac défectueux. On suppose que cette machine peut remplir un nombre quelconque de sacs lorsqu'elle fonctionne normalement. On considère la variable aléatoire suivante :

X = « le nombre de sacs remplis par la machine avant le premier contrôle ».

a) Quelle est la loi de *X* ? Donner son domaine et son expression.
b) Calculer l'espérance et la variance de X
c) Calculer la probabilité *P(**X** =20).*

2) On considère un lot de **1000** sacs de lait remplis par cette machine et on y prélève simultanément **60** sacs.

On pose : *Y* = « le nombre de sacs défectueux parmi les 60 ».

a) Quelle est la loi de *Y ?* Donner son domaine et son expression.
b) Calculer *E(Y)* et *V(Y).*
c) En le justifiant, donner les expressions des deux lois approximatives discrètes de Y.
d) Calculer, par les deux lois approximatives, la probabilité d'avoir ***deux*** sacs défectueux parmi les 60.

Exercice 4 : (5 points) *(Durée estimée : 20 min)*

La durée de vie en **milliers d'heures** d'un appareil électronique est une variable aléatoire continue *X* de densité :

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{0{,}02\pi}} e^{\frac{-(x-5)^2}{0{,}02}} \quad \forall x \in R$$

1) Déterminer l'espérance et l'écart type de *X* en **milliers d'heures**.
2) Quelle est la probabilité que la durée de vie ne dépasse pas ***5200 heures*** ?
3) Quelle est la probabilité que la durée de vie soit comprise entre ***4850*** et ***5120*** *heures* ?
4) Déterminer la durée de vie **minimale *d_m*** que l'entreprise peut atteindre avec une probabilité de ***0,95***.

Extrait de la table de la fonction de répartition π(u) de la loi normale centrée réduite (Valeurs arrondies)

u	*0,1*	*0,5*	*1*	*1,2*	*1,5*	*1,645*	*2*	*2,3*	*2,4*	*2,5*
π(u) = P(U<u)	*0,54*	*0,692*	*0,841*	*0,885*	*0,933*	*0,95*	*0,977*	*0,989*	*0,992*	*0,994*