المركز الوطني للتقويم والإمتحانات
جهة مكناس تافيلالت

مادة : الرياضيات

خاص بكتابة الإمتحان

20636

النقطة النهائية 20 على 20

التقدير المفسر للنقطة

إسم المصحح وتوقيعه : ناجي

التمرين الأول

1/ أ - لدينا $A(-1,1,0)$ و $B(1,0,1)$

اذن $\vec{OA}(-1,1,0)$ و $\vec{OB}(1,0,1)$

وبالتالي

$$\vec{OA}\wedge\vec{OB} = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \times \vec{i} - \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \times \vec{j} + \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} \vec{k}$$

0,75

$$\Rightarrow \vec{OA}\wedge\vec{OB} = \vec{i} - (-1-0)\vec{j} + (0-1)\vec{k} = \vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$$

- لدينا $\vec{OA}\wedge\vec{OB}$ متجهة منظمية على المستوى (OAB) اذن

$(OAB) : x + y - z + d = 0$

وبما أنه $O \in (OAB)$ فإن احداثيتيها حل لمعادلة (OAB) وبالتالي $d = 0$

ومنه $(OAB) : x + y - z = 0$

0,75

ب/

$$d(\Omega,(OAB)) = \frac{|x_\Omega + y_\Omega - z_\Omega|}{\|\vec{OA}\wedge\vec{OB}\|} = \frac{|3|}{\sqrt{3}} = \sqrt{3} < R$$

اذن (OAB) يقطع الفلكة وفق دائرة (T) شعاعها r

وحسب علاقة فيتاغورس $r^2 + [d(\Omega,(OAB))]^2 = R^2$

اذن

$$r = \sqrt{9 - 3} = \sqrt{6}$$

1

اذن (T) شعاعها $r = \sqrt{6}$

2/ أ/ لدينا (Δ) مستقيم يمر من Ω وعموديا على (OAB) اذن $\vec{OA}\wedge\vec{OB}$ متجهة موجهة له . وبما أنه يمر من $\Omega(1,1,-1)$ فإن تمثيله البارامتري هو :

$$(\Delta) : \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + t \\ z = -1 - t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$$

0,5

ب / لتحديد مركز الدائرة (Γ) يجب أن نحل النظمة التالية

$$\begin{cases} x = 1+t \\ y = 1+t \\ z = -1-t \\ x+y-z=0 \end{cases}$$

أي $(1+t)+(1+t)-(-1-t)=0$

$\Rightarrow 2+2t+1+t=0$

$\Rightarrow 3+3t=0 \Rightarrow t=-1$

وبالتالي مركز الدائرة (Γ) هو $E(0,0,0)$ 0,1

التمرين الثاني

أ/1 لدينا

$(1+i)(-3+6i) = -3+6i-3i-6 = -9+3i$ 0,1

ولدينا

$\frac{c-a}{b-c} = \frac{-2+5i-7-2i}{4+8i-7-2i} = \frac{-9+3i}{-3+6i} = \frac{(1+i)(-3+6i)}{-3+6i}$

$\boxed{\frac{c-a}{b-c} = 1+i}$ 0,2

ب/ لدينا

$\left|\frac{c-a}{b-a}\right| = |1+i| = \sqrt{2} \Leftrightarrow \frac{AC}{AB} = \sqrt{2}$ 0,1

$\Leftrightarrow AC = \sqrt{2} \cdot AB$

ولدينا

$\arg\left(\frac{c-a}{b-a}\right) = \arg(1+i) = \frac{\pi}{4}\ [2\pi]$

وبالتالي $\boxed{(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = \frac{\pi}{4}\ [2\pi]}$ 0,1

2/ أ/ لدينا

$R(M) = M'$

$\Leftrightarrow BM = BM'$ و $(\overrightarrow{BM}, \overrightarrow{BM'}) = \frac{\pi}{2}\ [2\pi]$

$\Leftrightarrow \left|\frac{z'-b}{z-b}\right| = 1$ و $\arg\left(\frac{z'-b}{z-b}\right) = \frac{\pi}{2}\ [2\pi]$

وبالتالي $\frac{z'-b}{z-b} = i \Leftrightarrow z'-b = iz - ib$ 0,5

لدينا $ia + b(1-i) = i(7+2i) + (4+8i)(1-i)$

$= 7i - 2 + 4 - 4i + 8i + 8$

$= 10 + 11i = d$

ومنه D صورة A بالدوران R

ب/ لدينا

$$\frac{d-c}{b-c} = \frac{10+11i-(-2+5i)}{4+8i-(-2+5i)}$$

$$= \frac{10+11i+2-5i}{4+8i+2-5i} = \frac{12+6i}{6+3i} = \frac{2(6+3i)}{6+3i} = 2 \in \mathbb{R}$$

إذن النقط B و C و D نقط مستقيمية.

التمرين الثالث

1/ لدينا

$$* \quad p(A) = \frac{C_5^2 \times C_3^2}{C_{10}^2} = \frac{10 \times 3}{210} = \frac{1}{7}$$

$$* \quad p(B) = \frac{C_8^4}{C_{10}^4} = \frac{70}{210} = \frac{1}{3}$$

2/ أ/ بما أننا نسحب أربع كرات فيمكن سحب 0 كرة بيضاء أو 1 كرة بيضاء أو 2 كرة بيضاء
لذلك X يأخذ القيم التالية: $X(\Omega) = \{0, 1, 2\}$

ب/

$$p(X=1) = \frac{C_2^1 \times C_8^3}{C_{10}^4} = \frac{2 \times 56}{210} = \frac{112}{210} = \frac{8}{15}$$

و لدينا $p(X=0) = p(B) = \frac{1}{3}$

و $p(X=2) = \frac{C_2^2 \times C_8^2}{C_{10}^4} = \frac{2}{15}$

إذن قانون احتمال المتغير العشوائي X هو

$X(\Omega)$	0	1	2
$p(X=x_i)$	$\frac{1}{3}$	$\frac{8}{15}$	$\frac{2}{15}$

Academie Régionale de l'Education et de la Formation REGION MEKNES - TAFILALET

COMPOSITION DE: ....

Note définitive

Sur....................

Appréciations expliquant la note chiffrée:

Réservé au Secrétariat

Nom du correcteur et signature : ....

التمرين الرابع

/1 لدينا

$$5 - U_{n+1} = 5 - \frac{25}{10 - U_n} = \frac{50 - 5U_n - 25}{10 - U_n}$$

$$= \frac{25 - 5U_n}{5 + 5 - U_n} = \frac{5(5 - U_n)}{5 + (5 - U_n)}$$

0,1

ولدينا من اجل $n = 1$ $\quad 5 - U_1 = 5 > 0$

نفترض $5 - U_n > 0$ ونبين أن $5 - U_{n+1} > 0$

لدينا

$$5 - U_{n+1} = \frac{5(5 - U_n)}{5 + (5 - U_n)} > 0$$

ط اشارة $5 - U_{n+1}$ هي اشارة $5 - U_n$ ونعلم أن $5 - U_n > 0$

اذن

$$\forall n \in \mathbb{N}^* \quad 5 - U_n > 0$$

0,1

/2

أ/ لدينا $V_n = \frac{5}{5 - U_n}$

اذن

$$V_{n+1} = \frac{5}{5 - U_{n+1}} = \frac{5}{\frac{5(5 - U_n)}{5 + (5 - U_n)}}$$

$$= \frac{\cancel{5}(5 + 5 - U_n)}{\cancel{5}(5 - U_n)} = \frac{10 - U_n}{5 - U_n}$$

اي $\forall n \in \mathbb{N}^* \quad V_{n+1} = \frac{10 - U_n}{5 - U_n}$

0,1

ولدينا $\forall n \in \mathbb{N}^*$

$$V_{n+1} - V_n = \frac{10 - U_n}{5 - U_n} - \frac{5}{5 - U_n}$$

$$= \frac{10 - U_n - 5}{5 - U_n} = \frac{5 - U_n}{5 - U_n} = 1$$

0,2

N.B: Il est interdit au candidat de signer leur composition ou d'y mettre un signe quelconque pouvant indiquer sa provenance.

المركز الوطني للتقويم والإمتحانات
جهة مكناس تافيلالت

مادة : الرياضيات

خاص بكتابة الإمتحان

التقدير المفسر للنقطة

النقطة النهائية
على ....

إسم المصحح وتوقيعه : ....

تتمة التمرين الرابع

ب/ لدينا $V_{n+1} - V_n = 1$

إذن (V_n) متتالية حسابية أساسها 1 وحدها الأول $V_1 = 1$

أي $V_n = 1 + 1(n-1)$

$\Rightarrow \boxed{V_n = n}$

0,25

ولدينا $V_n = \frac{5}{5 - U_n}$

$\Rightarrow V_n(5 - U_n) = 5 \Rightarrow V_n . U_n = 5V_n - 5$

$\Rightarrow U_n = \frac{5V_n - 5}{V_n} = 5 - \frac{5}{V_n}$

بالتعويض نجد

$\boxed{U_n = 5 - \frac{5}{n}}$ $\forall n \in \mathbb{N}^*$

0,25

ج/ لدينا

$\lim\limits_{+\infty} U_n = \lim\limits_{+\infty} 5 - \frac{5}{n} = 5$

0,25

لأن

$n \longrightarrow +\infty$

$\frac{1}{n} \longrightarrow 0$

التمرين الخامس

$f(x) = (x-2)^2 e^x$

1/ أ-

$\lim\limits_{+\infty} f(x) = \lim\limits_{+\infty} (x-2)^2 e^x = +\infty$

0,25

لأن

$\lim\limits_{+\infty} e^x = +\infty$ و $\lim\limits_{+\infty} (x-2)^2 = +\infty$

ب/

$\lim\limits_{+\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim\limits_{+\infty} \frac{(x-2)^2 \cdot e^x}{x} = \lim\limits_{+\infty} (x-2)^2 \times \frac{e^x}{x} = +\infty$

0,25

لأن

$\lim\limits_{+\infty} \frac{e^x}{x} = +\infty$

يمنع على المرشح أن يمضي ورقته أو يجعل أية علامة يمكنها أن تبين مصدرها .

ومنه (C) يقبل في ماشلجميا اتجاهه محور الراتيب بجوار مم

0,25

2) أ- لدينا

$x^2e^x - 4xe^x + 4e^x = e^x(x^2 - 4x + 4)$ 0,25

$= e^x(x^2 - 4x + 2^2) = e^x(x-2)^2 = f(x)$

و بالتالي

$\forall x \in \mathbb{R} \quad \boxed{f(x) = x^2 e^x - 4xe^x + 4e^x}$

ب/

$\lim\limits_{-\infty} f(x) = \lim\limits_{-\infty} x^2e^x - 4xe^x + 4e^x = 0$ 0,25

لان

$\lim\limits_{-\infty} e^x = 0 \quad , \quad \lim\limits_{-\infty} 4xe^x = 0 \quad , \quad \lim\limits_{-\infty} x^2e^x = 0$

اذن $y=0$ مقارب افقي للمنحنى بجوار $-\infty$ 0,25

3/ أ- لدينا

$\forall x \in \mathbb{R} \quad f'(x) = ((x-2)^2)' e^x + (e^x)'(x-2)^2$

$\Longrightarrow f(x) = 2(x-2)e^x + e^x(x-2)^2$ 0,75

$\Rightarrow \boxed{f'(x) = x(x-2)e^x}$

ب/ لدينا اشارة $f'(x)$ هي اشارة $x(x-2)$

اي

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$x^2 - 2x$		+	0	−	0	+	

0,5

اي f تزايدية على المجالين $]-\infty, 0]$ و $[2, +\infty[$ و تناقصية على المجال $[0, 2]$ 0,5

ج/ حسب ما سبق لدينا جدول تغيرات f هو

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	−	0	+	
$f(x)$	0	↗	4	↘	0	↗	$+\infty$

0,5

4/ أ- لدينا

$\forall x \in \mathbb{R} \quad f''(x) = (x^2 - 2x)' e^x + (e^x)'(x^2 - 2x)$

$= (2x - 2)e^x + e^x(x^2 - 2x)$

$\Rightarrow f''(x) = e^x(2x - x + x - \dots)$

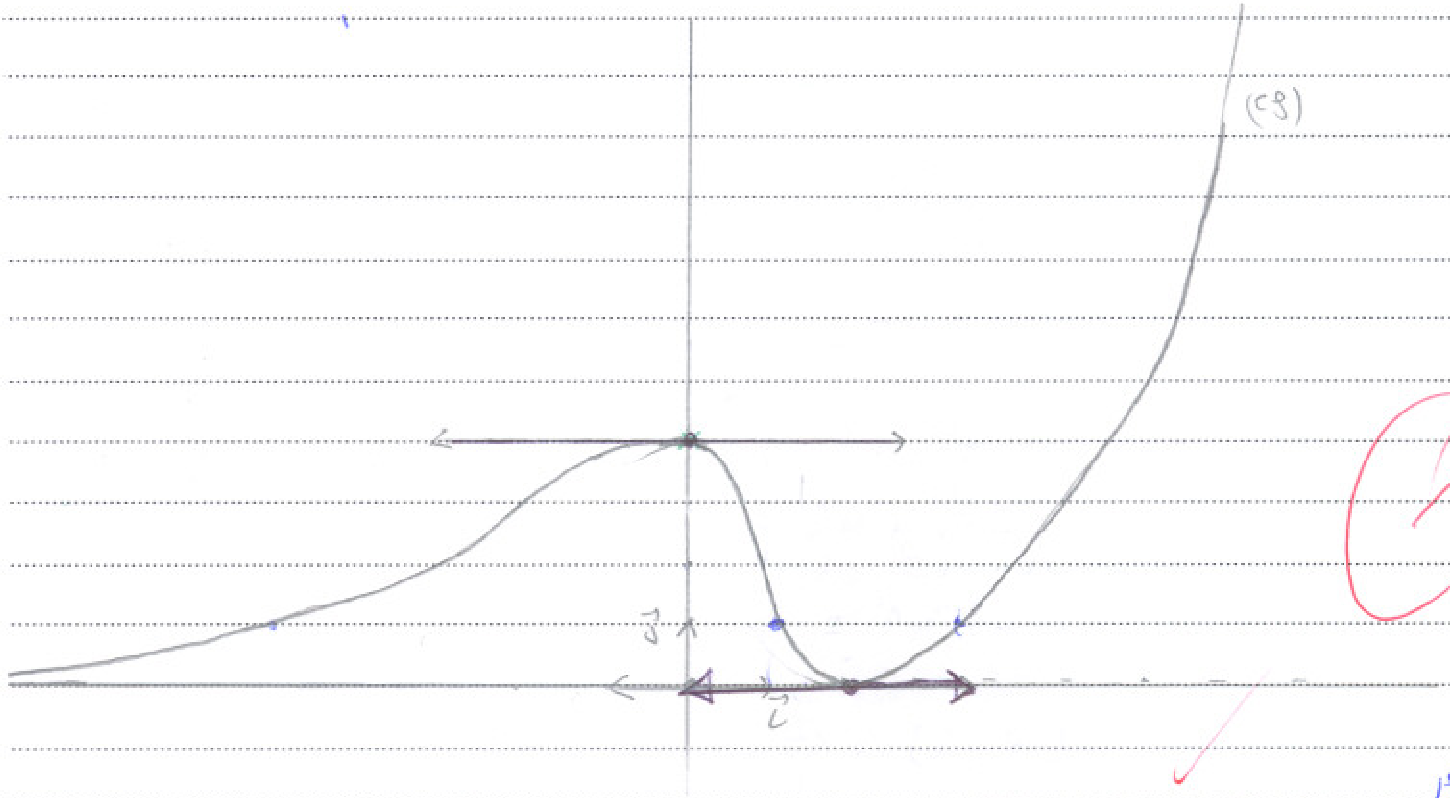
$\Rightarrow f''(x) = e^x(x^2 - 2)$ 0,1

اذن اشارة $f''(x)$ هي اشارة $x^2 - 2$

x	$-\infty$		$-\sqrt{2}$		$\sqrt{2}$		$+\infty$
$f''(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
تقعر C_f		نحو الراتيب الموجبة	نقطة انعطاف	نحو الراتيب السالبة	نقطة انعطاف	نحو الراتيب الموجبة	

0,5

ب/



1

ج/ 1/

$H(x) = (x-1)e^x \Rightarrow H'(x) = e^x + (x-1)e^x$

$\Rightarrow H'(x) = e^x(1 + x - 1) = xe^x = h(x)$ 0,25

اذن $H(x)$ دالة أصلية لـ $h(x)$

ولدينا

$\int_0^1 xe^x\,dx = [(x-1)e^x]_0^1 = (1-1)e^1 - (0-1)e^0 = 1$ 0,25

ب/ نضع $u'(x) = e^x$ اي $u(x) = e^x$

$v(x) = x^2$ اي $v'(x) = 2x$

$\int_0^1 x^2e^x\,dx = [x^2e^x]_0^1 - \int_0^1 2xe^x\,dx$ 0,75

$= e - 2\int_0^1 xe^x\,dx = e - 2$

ج/ لدينا $S = \int_0^1 |f(x)|\,dx$

ولدينا حسب جدول التغيرات f موجبة قطعا على $[0,1]$

l'Education et de la Formation
REGION MEKNES - TAFILALET

COMPOSITION DE: ....

Note définitive

Sur......................

Appréciations expliquant la note chiffrée:

Nom du correcteur et signature : ....

اذن $S = \int_0^1 f(x)\,dx = \int_0^1 (x-2)^2 e^x \, dx$

$= \int_0^1 x^2 e^x - 4xe^x + 4e^x \, dx$

$= \int_0^1 x^2 e^x \, dx - 4\int_0^1 xe^x dx + 4\int_0^1 e^x \, dx$

$= e - 2 - 4 + 4[e^x]_0^1$

$= e - 2 - 4 + 4e - 4$

$= 5e - 10 = 5(e-2)$ (U.A)

اي أن مساحة هذا الحيز هو :

$S = 5(e-2) \times 1^2 = 5(e-2)\ cm^2$

0,1

6/ لدينا $x^2 = e^{-x} + 4x - 4$

$\Rightarrow x^2 - 4x + 4 = e^{-x}$

$\Rightarrow x^2 - 4x + 4 = e^{-x}$

$\Rightarrow (x-2)^2 \times e^x = e^{-x} \times e^x$

$\Rightarrow f(x) = 1$

0,1

وحسب المنحنى
لدينا f(x) تساوي ~~f(x)~~ ; ثلاث مرات في المنحنى اذن عدد حلول هذه المعادلة هي 3

N.B: Il est interdit au candidat de signer leur composition ou d'y mettre un signe quelconque pouvant indiquer sa provenance.