Visitez le site web : www.9alami.com

امتحانات البكالوريا

خاص بكتابة الإمتحان
42668

مادة : رياضيات ع ر 48

الشعبة أو المسلك : ..... المستوى : .....

التقدير المفسر للنقطة : عشرون

النقطة النهائية
20
على 20

اسم المصحح : ..... المؤسسة : ..... التوقيع : .....

التمرين الأول

1) أ - لدينا : $\vec{OA}\begin{pmatrix}-1\\1\\0\end{pmatrix}$ ، $\vec{OB}\begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix}$

إذن :

$$\vec{OA}\wedge\vec{OB}=\begin{vmatrix}1&0\\1&1\end{vmatrix}\vec{i}-\begin{vmatrix}-1&1\\0&1\end{vmatrix}\vec{j}+\begin{vmatrix}-1&1\\1&0\end{vmatrix}\vec{k}$$

$$=\vec{i}+\vec{j}-\vec{k}$$

إذن : $\vec{OA}\wedge\vec{OB}\begin{pmatrix}1\\1\\-1\end{pmatrix}$

- بما أن المتجهة $\vec{OA}\wedge\vec{OB}\begin{pmatrix}1\\1\\-1\end{pmatrix}$ منظمية على المستوى (OAB) فإن معادلة الديكارتية تكتب على شكل $x+y-z+d=0$

وبما أن $A\in(OAB)$ فإن : $-1+1-0+d=0 \Leftrightarrow d=0$

ومنه المعادلة الديكارتية للمستوى (OAB) هي : $x+y-z=0$

ب)

$$d(\Omega,(OAB))=\frac{|x_\Omega+y_\Omega-z_\Omega|}{\sqrt{1^2+1^2+(-1)^2}}=\frac{|1+1+1|}{\sqrt{3}}=\frac{3}{\sqrt{3}}=\sqrt{3}<3$$

إذن المستوى (OAB) يقطع الكرة (S) وفق دائرة (Γ) شعاعها : $r=\sqrt{R^2-d^2}=\sqrt{9-3}=\sqrt{6}$

ج) أ - المستقيم (Δ) يمر من النقطة $\Omega\begin{pmatrix}1\\1\\-1\end{pmatrix}$ وبما أنه عمودي على المستوى (OAB) فإن المتجهة $\vec{OA}\wedge\vec{OB}\begin{pmatrix}1\\1\\-1\end{pmatrix}$ موجهة له.

ومنه التمثيل البارامتري للمستقيم (Δ) :

$$\begin{cases}x=1+t\\y=1+t\\z=-1-t\end{cases},\ (t\in\mathbb{R})$$

ب - لدينا مركز الدائرة (Γ) هو نقطة تقاطع المستوى (OAB) مع المستقيم (Δ) أي هو العمود على (OAB) ومنه إحداثيات مركز الدائرة (Γ) تحقق الجملة :

$$\begin{cases}x=1+t\\y=1+t\\z=-1-t\\x+y-z=0\end{cases}\quad(*)$$

نعوض x و y و z في المعادلة $(*)$:

$$1+t+1+t-(-1-t)=0 \Leftrightarrow 1+t+1+t+1+t=0$$

$$\Leftrightarrow 3t+3=0$$

$$\Leftrightarrow t=-1$$

ومنه : $t=-1 \Leftrightarrow \begin{cases}x=1-1=0\\y=1-1=0\\z=-1+1=0\end{cases}$

إذن إحداثيات مركز الدائرة (Γ) هي $(0,0,0)$ هو مبدأ المعلم

Visitez le site web : www.9alami.com

امتحانات البكالوريا

خاص بكتابة الإمتحان
42668

مادة : .....
الشعبة أو المسلك : ..... المستوى : .....
التقدير المفسر للنقطة : .....
اسم المصحح : ..... المؤسسة : ..... التوقيع : .....

النقطة النهائية
على .....

التمرين 2

1) أ- $(1+i)(-3+6i) = -3+6i-3i-6 = -9+3i$

نعين z بحيث $\frac{c-a}{b-a} = 1+i$

$$\frac{c-a}{b-a} = \frac{-2+5i-7-2i}{4+8i-7-2i} = \frac{-9+3i}{-3+6i} = \frac{(1+i)(-3+6i)}{-3+6i} = 1+i$$

ب-

$$\frac{c-a}{b-a} = 1+i$$ لدينا

$$\left|\frac{c-a}{b-a}\right| = \sqrt{1^2+1^2} = \sqrt{2} \iff \frac{AC}{AB} = \sqrt{2}$$ إذن

$$\iff AC = AB\sqrt{2}.$$

ج-

$$\frac{c-a}{b-a} = 1+i = \sqrt{2}\left(\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}}i\right)$$

$$= \sqrt{2}\left(\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i\right)$$

$$= \sqrt{2}\left(\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{4}\right)\right)$$

$$= \left[\sqrt{2}, \frac{\pi}{4}\right]$$

$$\arg\left(\frac{c-a}{b-a}\right) \equiv \frac{\pi}{4}\ [2\pi] \iff (\vec{AB}, \vec{AC}) \equiv \frac{\pi}{4}\ [2\pi]$$ إذن

2) أ- نعين z لحق النقطة D صورة A بالدوران R الذي $d = 10+11i$

لدينا الصيغة المركبة لهذا الدوران هي:

$$d-b = e^{i\frac{\pi}{2}}(a-b)$$

$$\iff d = e^{i\pi/2}(a-b)+b$$

$$\iff d = \left(\cos\left(\frac{\pi}{2}\right)+i\sin\left(\frac{\pi}{2}\right)\right)(7+2i-4-8i)+4+8i$$

$$\iff d = i(3-6i)+4+8i$$

$$\iff d = 3i+6+4+8i$$

$$\iff d = 10+11i$$

ب-

$$\frac{d-c}{b-c} = \frac{10+11i+2-5i}{4+8i+2-5i} = \frac{12+6i}{6+3i} = \frac{2(6+3i)}{6+3i} = 2 \in \mathbb{R}$$

إذن النقط D و C و B مستقيمية

Visitez le site web : www.9alami.com

42668

التمرين 3 :

5 (R)	
3 (V)	
2 (B)	

1) سحب عشوائيا وفي آن واحد أربع كرات من الصندوق.

* لدينا: $A = \{R, R, V, V\}$.

إذن: $p(A) = \frac{card(A)}{card(\Omega)} = \frac{C_5^2 \times C_3^2}{C_{10}^4}$

$= \frac{10 \times 3}{210} = \frac{30}{210} = \frac{1}{7}$

إذن: $p(A) = \frac{1}{7}$

* لدينا: $B = \{\bar{B}, \bar{B}, \bar{B}, \bar{B}\}$.

إذن: $p(B) = \frac{card(B)}{card(\Omega)} = \frac{C_8^4}{C_{10}^4} = \frac{70}{210} = \frac{1}{3}$.

إذن: $p(B) = \frac{1}{3}$

2) X : المتغير العشوائي الذي يربط كل سحبة بعدد كرات الصنف الحمراء.

لدينا: $(X = 0) \Leftrightarrow \{\bar{B}, \bar{B}, \bar{B}, \bar{B}\}$

$(X = 1) \Leftrightarrow \{B, \bar{B}, \bar{B}, \bar{B}\}$.

$(X = 2) \Leftrightarrow \{B, B, \bar{B}, \bar{B}\}$.

إذن: $X(\Omega) = \{0, 1, 2\}$

أ) لدينا:

$p(X=1) = \frac{card(X=1)}{card\,\Omega} = \frac{C_2^1 \times C_8^3}{C_{10}^4} = \frac{2 \times 56}{210} = \frac{112}{210} = \frac{8}{15}$.

إذن: $p(X=1) = \frac{8}{15}$

وبالتالي قانون احتمال المتغير العشوائي X هو:

$x = x_i$	$x_1 = 0$	$x_2 = 1$	$x_3 = 2$
$p(X = x_i)$	$\frac{1}{3}$	$\frac{8}{15}$	$\frac{4}{30}$

لدينا: $p(X=0) = p(\bar{B}) = \frac{1}{3}$

$p(X=1) = \frac{8}{15}$

$p(X=2) = \frac{card(X=2)}{card\,\Omega} = \frac{C_2^2 \times C_8^2}{C_{10}^4} = \frac{28}{210} = \frac{4}{30}$

Visitez le site web : www.9alami.com

42668

نعتبر $(U_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ المتتالية العددية المعرفة بما يلي :

$$\begin{cases} U_1 = 0 \\ U_{n+1} = \dfrac{25}{10 - U_n} \quad , \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$$

1) لدينا

$$\forall n \in \mathbb{N}^*, \quad 5 - U_{n+1} = 5 - \frac{25}{10 - U_n} = \frac{50 - 5U_n - 25}{10 - U_n}$$

$$= \frac{25 - 5U_n}{10 - U_n}$$

$$= \frac{5(5 - U_n)}{5 + (5 - U_n)}$$

إذن $\forall n \in \mathbb{N}^*, \quad 5 - U_{n+1} = \dfrac{5(5 - U_n)}{5 + (5 - U_n)}$

* لنبين بالتراجع أن $\forall n \in \mathbb{N}^* \quad 5 - U_n > 0$

- من أجل $n = 1$ لدينا : $5 - U_1 = 5$ إذن $5 - U_1 > 0$

وهذه العبارة صحيحة من أجل $n = 1$.

- من خاصية التراجع نفترض أن $5 - U_n > 0$ و نبين أن $5 - U_{n+1} > 0$

لدينا :

$$5 - U_n > 0 \iff 5(5 - U_n) > 0 \quad , \quad 5 + (5 - U_n) > 5 > 0$$

$$\iff \frac{5(5 - U_n)}{5 + (5 - U_n)} > 0$$

$$\iff 5 - U_{n+1} > 0$$

ومنه، $\forall n \in \mathbb{N}^*, \quad 5 - U_{n+1} > 0$

وبالتالي، $\forall n \in \mathbb{N}^*, \quad 5 - U_n > 0$

2) نعتبر المتتالية العددية $(V_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ المعرفة بما يلي : $\forall n \in \mathbb{N}^*, V_n = \dfrac{5}{5 - U_n}$

أ. لدينا

$$V_{n+1} = \frac{5}{5 - U_{n+1}} = \frac{5}{\dfrac{5(5 - U_n)}{5 + (5 - U_n)}}$$

$$= 5 \times \frac{5 + (5 - U_n)}{5(5 - U_n)}$$

$$= \frac{10 - U_n}{5 - U_n}$$

إذن،

$$\forall n \in \mathbb{N}^*, \quad V_{n+1} = \frac{10 - U_n}{5 - U_n}$$

Visitez le site web : www.9alami.com

امتحانات البكالوريا

خاص بكتابة الإمتحان
42668

مادة : ..... الشعبة أو المسلك : ..... المستوى : .....

التقدير المفسر للنقطة : .....

النقطة النهائية
20
على 20

اسم المصحح : ..... المؤسسة : ..... التوقيع : .....

تمرين 1 :

أ) * نتحقق أن : $\forall n \in \mathbb{N}^*, \quad V_{n+1} - V_n = 1$

لدينا : $V_{n+1} - V_n = \frac{10 - U_n}{5 - U_n} - \frac{5}{5 - U_n} = \frac{10 - U_n - 5}{5 - U_n}$

$= \frac{5 - U_n}{5 - U_n}$

$= 1$

إذن : $\forall n \in \mathbb{N}^*, \quad V_{n+1} - V_n = 1$

ب) لدينا : $\forall n \in \mathbb{N}^*, \quad V_{n+1} = V_n + 1$

إذن $(V_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ متتالية حسابية أساسها 1 والحد الأول $V_1 = \frac{5}{5 - U_1} = 1$

إذن

$\forall n \in \mathbb{N}^*, \quad V_n = V_1 + (n-1) \times 1 = 1 + n - 1 = n$

لدينا : $V_n = \frac{5}{5 - U_n} \Leftrightarrow V_n (5 - U_n) = 5$

$\Leftrightarrow 5V_n - V_n U_n = 5$

$\Leftrightarrow U_n V_n = 5V_n - 5$

$\Leftrightarrow U_n = \frac{5V_n - 5}{V_n} = 5 - \frac{5}{V_n}$

إذن : $\forall n \in \mathbb{N}^*, \quad U_n = 5 - \frac{5}{n}$ لأن $V_n = n$

ج) $\lim\limits_{n \to +\infty} U_n = \lim\limits_{n \to +\infty} 5 - \frac{5}{n} = 5 - \frac{5}{+\infty} = 5 - 0 = 5$

التمرين 2 : نعتبر f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ $f(x) = (x-2)^2 e^x$

أ) $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = \lim\limits_{x \to +\infty} (x-2)^2 e^x = +\infty$

لأن : $\lim\limits_{x \to +\infty} (x-2)^2 = +\infty$ و $\lim\limits_{x \to +\infty} e^x = +\infty$

ب) $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim\limits_{x \to +\infty} \frac{(x-2)^2 e^x}{x} = \lim\limits_{x \to +\infty} (x-2)^2 \times \frac{e^x}{x} = +\infty$

لأن : $\lim\limits_{x \to +\infty} (x-2)^2 = +\infty$ و $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{e^x}{x} = +\infty$

Visitez le site web : www.9alami.com

6/8

امتحانات البكالوريا

خاص بكتابة الإمتحان
42668

النقطة النهائية
على

مادة : .....
الشعبة أو المسلك : ..... المستوى : .....
التقدير المفسر للنقطة : .....
اسم المصحح : ..... المؤسسة : ..... التوقيع : .....

لدينا (C) يقبل فرعا شلجميا في اتجاه محور الأراتيب بجوار $+\infty$

2) أ

لدينا $\forall x \in \mathbb{R}, f(x) = (x-2)^2 e^x = (x^2 - 4x + 4)e^x$
$= x^2 e^x - 4xe^x + 4e^x$

ب

$\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = \lim\limits_{x \to -\infty} x^2 e^x - 4xe^x + 4e^x = 0 - 4 \times 0 + 4 \times 0 = 0$

أ.ن

$\left(\lim\limits_{x \to -\infty} x^2 e^x = 0 \quad , \quad \lim\limits_{x \to -\infty} xe^x = 0 \quad , \quad \lim\limits_{x \to -\infty} e^x = 0 \right)$

ومنه (C) يقبل مقاربا أفقيا معادلته : $y = 0$ بجوار $-\infty$

3) أ

لدينا
$\forall x \in \mathbb{R}, f'(x) = \left((x-2)^2 e^x\right)'$
$= 2(x-2)(x-2)' \times e^x + (x-2)^2 e^x$
$= 2(x-2)e^x + (x-2)^2 e^x$
$= (x-2)e^x \left(2 + x - 2\right)$
$= x(x-2)e^x$

ب لدينا $\forall x \in \mathbb{R}, e^x > 0$ إذن، $f'(x) = x(x-2)e^x$

فإن إشارة $f'(x)$ هي إشارة $x(x-2)$

لدراسة إشارة $x(x-2)$: $x(x-2) = 0 \Leftrightarrow x = 0$ أو $x - 2 = 0$
$\Leftrightarrow x = 0$ أو $x = 2$

إذن

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
إشارة $f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

وبالتالي
- على المجالين $]-\infty ; 0]$ و $[2 ; +\infty[$: $f'(x) \geq 0$ ومنه f تزايدية.
- على المجال $[0,2]$: $f'(x) \leq 0$ ومنه f تناقصية.

Visitez le site web : www.9alami.com

42668

ج- جدول تغيرات الدالة f على $\mathbb{R}$

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
تغيرات f	$-\infty$	↗	4	↘	0	↗	$+\infty$

$f''(x) = \left((x^2-2x)e^x\right)'$

$= (2x-2)e^x + (x^2-2x)e^x$

$= e^x(x^2-2x+2x-2)$

$= (x^2-2)e^x$

لدينا: $\forall x \in \mathbb{R}, e^x > 0$ ، إذن إشارة $f''(x)$ من إشارة x^2-2.

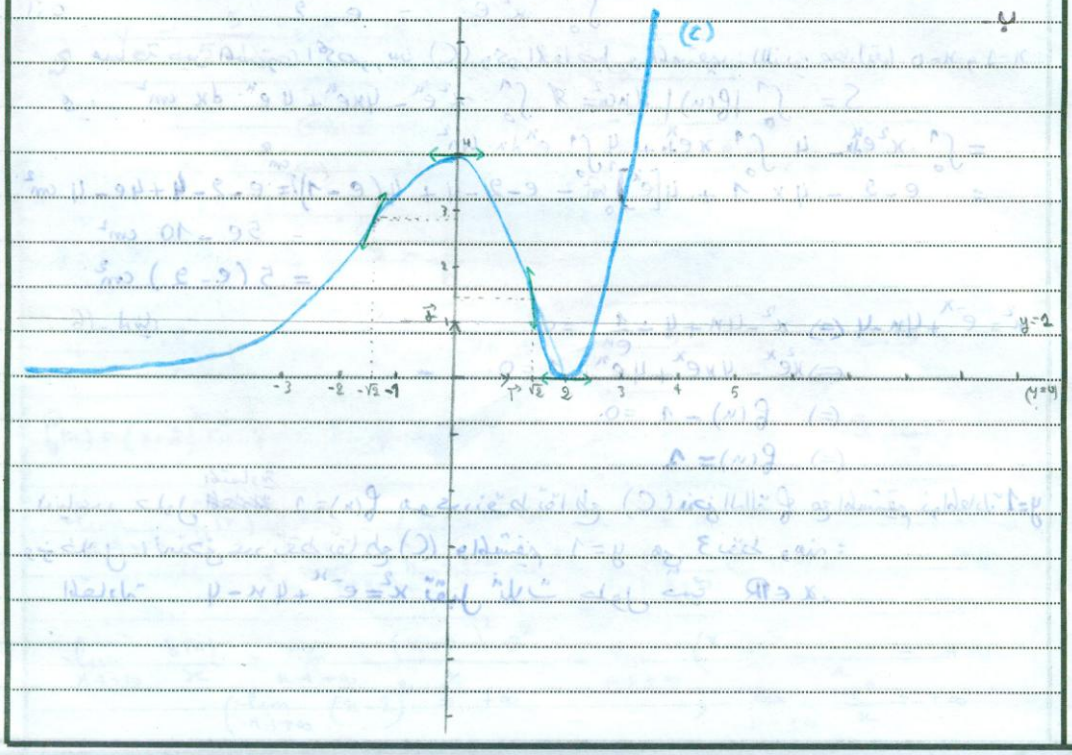
$x^2-2=0 \Leftrightarrow x^2=2 \Leftrightarrow x=\sqrt{2}$ أو $x=-\sqrt{2}$

ومنه جدول إشارة $f''(x)$:

x	$-\infty$		$-\sqrt{2}$		$\sqrt{2}$		$+\infty$
إشارة $f''(x)$	$+$		0	$-$	0	$+$	

إذن: منحنى f تحدب على $]-\infty;-\sqrt{2}[$ و $]\sqrt{2};+\infty[$ ويقبل نقطتي انعطاف.

ب-



Visitez le site web : www.9alami.com

42668

$[(x-1)e^x]' = (x-1)'e^x + (x-1)(e^x)'$

$= e^x + (x-1)e^x$

$= (x-1+1)e^x$

$= xe^x$

ومنه الدالة الأصلية للدالة $h: x \mapsto xe^x$ هي الدالة $H: x \mapsto (x-1)e^x$

$\int_0^1 xe^x\,dx = [(x-1)e^x]_0^1$

$= (1-1)e^1 - (0-1)e^0$

$= 0 - (-1) = 1$

$\int_0^1 x^2 e^x\,dx$

نضع $\begin{cases} u(x) = e^x \\ v'(x) = 2x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u'(x) = e^x \\ v(x) = x^2 \end{cases}$

$\int_0^1 x^2e^x\,dx = [x^2e^x]_0^1 - \int_0^1 2xe^x$

$= [x^2e^x]_0^1 - 2\int_0^1 xe^x$

$= [x^2e^x]_0^1 - 2 \times 1$

$= e - 0 - 2 = e - 2$

$\int_0^1 x^2e^x = e - 2$

ج- $x=1$ و $x=0$ معادلتان للمستقيمين المذكورين في السؤال 2، وبما أن (C) يقع تحت محور الفواصل على المجال $[0;1]$ فإن

$S = \int_0^1 |f(x)|\,dx\,cm^2 = \int_0^1 x^2e^x - 4xe^x + 4e^x\,dx\,cm^2$

$= \int_0^1 x^2e^x\,dx - 4\int_0^1 xe^x\,dx + 4\int_0^1 e^x\,dx \cdot cm^2$

$= e - 2 - 4 \times 1 + 4[e^x]_0^1\,cm^2 = e - 2 - 4 + 4(e-1)\,cm^2 = e - 2 - 4 + 4e - 4\,cm^2$

$= 5e - 10\,cm^2$

$= 5(e-2)\,cm^2$

$x^2 = e^{-x} + 4x - 4 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 4 - \frac{1}{e^x} = 0$

$\Leftrightarrow x^2e^x - 4xe^x + 4e^x - 1 = 0$

$\Leftrightarrow f(x) - 1 = 0$

$\Leftrightarrow f(x) = 1$

بما أن $f(x) = 1$ معادلة حلولها فواصل نقط تقاطع (C) مع المستقيم ذو المعادلة $y = 1$ فإن عدد حلول المعادلة $x^2 = e^{-x} + 4x - 4$ هو 3 حيث $x \in \mathbb{R}$