

احسب $g(0)$.1- لتكن h الدالة العددية المعرفة كما يلي :

$$\forall t \in [0, +\infty[: h(t) = e^{\sqrt{t}} - \sqrt{t}$$

1- ليكن $x \in]0, +\infty[$. باستعمال مبرهنة التزايد المتناهية،بين انه يوجد عدد حقيقي c من المجال $]0, x^2[$ بحيث :

$$\frac{e^x - 1 - x}{x^2} = \frac{1}{2} \left(\frac{e^{\sqrt{c}} - 1}{\sqrt{c}} \right)$$

2- استنتج ان الدالة f قابلة للاشتقاق على يمين 0 واحسب

$$f'_d(0)$$

التمرين الثالث (5 ن)

لكل $n \in \mathbb{N}$ ، نعتبر الدالة العددية f_n المعرفة على المجال

$$]0, +\infty[\text{ بما يلي : } f_n(x) = nx + \ln(x)$$

1- بين ان المعادلة $f_n(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا x_n في \mathbb{R}

$$\text{وأن } x_n \in]0, 1[$$

2- بين ان $(x_n)_{n \in \mathbb{N}}$ متتالية متقاربة

$$\text{نضع : } \lim_{n \rightarrow +\infty} x_n = l$$

3- بين ان $l \in]0, 1[$ واستنتج ان $l = 0$ 3- بين انه اذا كان $n \geq 3$ ، ليكن $x_n > \frac{1}{n}$ 4- ادرس إشارة $x - \ln(x)$ ، واستنتج ان $x_n < \frac{1}{\sqrt{n}}$

التمرين الأول : (5,5 ان)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة بما يلي :

$$f(x) = -x + \frac{1}{2} \ln \left| \frac{x+1}{1-x} \right|$$

ليكن (\mathcal{C}_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوى P المنسوب إلى معلممتعامد منظم (O, \vec{i}, \vec{j}) .I- حدد \mathcal{C}_f حيز تعريف الدالة f .2- بين ان الدالة f فردية.

3- احسب النهايات التالية :

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) + x : \Omega ; \lim_{x \rightarrow 1} f(x) : \Omega$$

اعط تاويلا هندسيا للنتيجتين المحصل عليهما.

II- ادرس تغيرات f ، واعط جدول التغيرات.

$$2- \forall x > 0 : \ln(1+x) - x < 0$$

3- بين ان المنحنى (\mathcal{C}_f) يقطع محور الأضلاع في نقطة Ω افصولها x_0 بحيث : $1, 1 < x_0 < \sqrt{2}$. (نكر ان $e < 3$)3- ادرس نقر المنحنى (\mathcal{C}_f) .4- انشئ المنحنى (\mathcal{C}_f) .

$$\text{III- نضع لكل } n \in \mathbb{N}^* : u_n = \frac{n! e^n}{n^{n+\frac{1}{2}}}, v_n = \ln \left(\frac{u_n}{u_{n+1}} \right)$$

$$\text{1- بين ان : } \forall n \in \mathbb{N}^* : v_n = \frac{f(x_n)}{x_n}$$

$$\text{حيث : } x_n = \frac{1}{2n+1}$$

2- استنتج رتبة المتتالية العددية $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$.3- بين ان المتتالية العددية $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ متقاربة.

التمرين الثاني : (5,5 ان)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة كما يلي :

$$f(x) = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{n} \sum_{k=0}^{n-1} e^{\frac{kx}{n}}$$

1- احسب $f(0)$ 0,5

$$2- \text{ بين ان : } \forall x \in \mathbb{R}^* : f(x) = \frac{e^x - 1}{x}$$

$$3- \text{ لكل } x \in \mathbb{R} \text{، نضع : } g(x) = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{n^2} \sum_{k=0}^{n-1} k e^{\frac{kx}{n}}$$