التمرين رقم 01:

لتكن f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي:

$$\begin{cases} f(x) = (Arc\tan x)^2 - 4Arc\tan x & , \quad x \geq 0 \\ f(x) = -3\left(\dfrac{\sqrt[3]{1-x}-1}{x}\right) - 1 & , \quad x < 0 \end{cases}$$

1 – أحسب النهايتين $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ — 1,5

2 – a – أدرس اتصال الدالة f في النقطة 0 — 1

b – أدرس قابلية اشتقاق الدالة f في النقطة 0 و أول النتيجة مبيانيا — 1 + 1

3 – a – بين أن: — 1 + 1

$$\begin{cases} f'(x) = \dfrac{2(Arc\tan x - 2)}{x^2+1} & , \quad x \geq 0 \\ f'(x) = \dfrac{-\left(3(1-x)^{\frac{2}{3}} + 2x - 3\right)}{x^2(1-x)^{\frac{2}{3}}} & , \quad x < 0 \end{cases}$$

b - حل في المجال $]-\infty,0[$ المتراجحة: — 1

$$3(1-x)^{\frac{2}{3}} \geq 3-2x$$

c – استنتج جدول تغيرات الدالة f — 1

4 – ليكن g قصور الدالة f على المجال $I = [\tan 2, +\infty[$

a – أثبت أن g تقابل من I نحو مجال J يجب تحديده — 1

b – أحسب $g(\sqrt{3})$ واستنتج $(g^{-1})'\left(\dfrac{\pi(\pi-12)}{9}\right)$ — 1

c – حدد $g^{-1}(x) \quad (\forall x \in J)$ — 1

5 – ليكن (C_f) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$

a – أدرس الفروع اللانهائية للمنحنى (C_f) — 1

b – أدرس تقعر المنحنى (C_f) على $]-\infty,0[$ — 1 + 0,5

c – أنشئ في نفس المعلم المتعامد الممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$ المنحنيين (C_f) و $(C_{g^{-1}})$ — 1 + 1

التمرين رقم 02:

1. بين أن: $\forall x \in \mathbb{R}; 1 - \dfrac{x^2}{2} \leq \cos(x) \leq 1 - \dfrac{x^2}{2} + \dfrac{x^4}{24}$ — 1,5

2. استنتج: $\lim \dfrac{\cos(x) - 1 + \frac{x^2}{2}}{x^3}$ — 0,5

3. باستعمال مبرهنة التزايدات المنتهية

a. احسب: $\lim\limits_{x\to+\infty} \left(\sqrt[4]{x^2+1} - \sqrt[4]{x^2}\right)$ — 1

b. بين أن: $x \geq 0; \dfrac{x}{2(3+x)\sqrt{x+2}} \prec Arc\tan\sqrt{x+2} - Arc\tan\sqrt{2} \prec \dfrac{x}{6\sqrt{2}}$ — 1