Faculté des Sciences
Département de Physique
Kénitra
Université Ibn Tofaïl

Filière : **SMP** ***Semestre*** **: S5**
***Session* normale : Janvier 2015**
Prof. H. Najib

EXAMEN DE PHYSIQUE QUANTIQUE
Durée : 1 h 30
Aucun document n'est autorisé

Barème

Partie I (13 points)

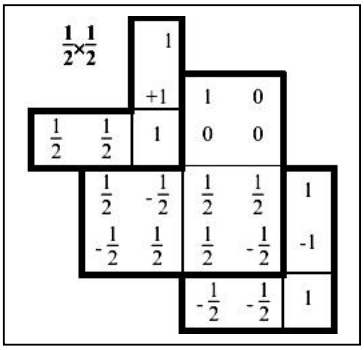
Dans cette partie, on ignore les variables orbitales.

1) On donne l'Hamiltonien H décrivant un électron A, de moment cinétique de spin $\vec{S}_a$ et de moment magnétique $\vec{\mu}_a$, plongé dans un champ magnétique homogène et uniforme $\vec{B}_0$ dirigé suivant l'axe Oz : $H = -\vec{\mu}_a.B_0\vec{k}$. On posera : $\omega_0 = -\gamma_s B_0$ (γ_s : rapport gyromagnétique). Une base de son état de spin ξ_s est constituée par les états propres de la composante S_{az} de $\vec{S}_a$.

2 a- Ecrire la matrice représentant l'Hamiltonien H dans cette base.
1 b- Quel est dans l'espace ξ_s l'état $|\psi\rangle$ normé le plus général de la particule A ?
1 c- L'électron A étant dans l'état $|\psi\rangle$, on mesure son énergie, quelles valeurs trouve-t-on et avec quelles probabilités ?
2 d- Montrer que la valeur moyenne $\langle S_{az}\rangle$ est une constante du mouvement.
2 e- Déterminer les équations d'évolution des composantes $\langle S_{ax}\rangle$ et $\langle S_{ay}\rangle$ et en déduire que $\langle\vec{S}_a\rangle$ décrit, autour de $\vec{B}_0$, un mouvement de précession de Larmor.

2) Soit $\vec{S} = \vec{S}_a + \vec{S}_b$ l'opérateur obtenu en composant le spin $\vec{S}_a$ et celui $\vec{S}_b$ d'un électron B.

1 a- Déterminer les vecteurs propres constituant la base couplée.
1 b- Exprimer ces vecteurs en fonction des éléments de la base découplée ; on utilisera la Table ci-contre des coefficients de Clebsch-Gordan.



3) Les deux électrons sont maintenant couplés par l'interaction :

$$H_S = a\vec{S}_a.\vec{S}_b \quad ; \quad a \text{ est une constante réelle}$$

3 Déterminer les valeurs propres de H_S exprimées dans la base couplée et préciser leur degré de dégénérescence.

Partie II (7 points)

On considère un oscillateur harmonique de pulsation ω, constitué par une particule de masse m se déplaçant sur l'axe Ox. On le soumet à une perturbation quadratique d'Hamiltonien :

$$H_1 = \frac{\alpha}{4}\hbar\omega(a + a^+)^2 \qquad 0 < \alpha << 1$$

a et a^+ étant les opérateurs d'annihilation et de création.

On notera $E_n^{(0)}$ et $|n\rangle$ les énergies et vecteurs propres de l'Hamiltonien non perturbé H_0 ; E_n et $|\psi_n\rangle$ ceux de l'Hamiltonien $H = H_0 + H_1$.

2 **1)** Chercher les valeurs exactes des énergies E_n des états stationnaires.

2) On applique la théorie des perturbations stationnaires :

1 a- Montrer que seuls les éléments matriciels suivants sont non nuls :

$$\langle m|H_1|n\rangle \neq 0 \text{ pour } m = n \text{ et } m = n \pm 2$$

b- En déduire :
1 i) la correction $E_n^{(1)}$ de l'énergie au premier ordre d'approximation ;
1 ii) la correction $E_n^{(2)}$ d'ordre deux.
1 c- Comparer les énergies $E_{nc} = E_n^{(0)} + E_n^{(1)} + E_n^{(2)}$ au développement limité des valeurs exactes obtenues en 1).
1 d- Montrer que les états propres $|n\rangle$ sont contaminés par les états $|n+2\rangle$ et $|n-2\rangle$; on donnera les états stationnaires $|\psi_n\rangle$ jusqu'à l'ordre un d'approximation.