I- دراسة مجموعة النقط M بحيث $\dfrac{MF}{d(M,(D))}=e$:

1)- تعريف:

في المستوى التآلفي الأقليدي (P) نعتبر نقطة F و مستقيما (D) لا يمر من F .

مجموعة النقط M من (P) التي تحقق : $\dfrac{MF}{d(M,(D))}=e$ حيث e عدد حقيقي موجب قطعا

تسمى مخروطيا بؤرته F دليله (D) و تباعده المركزي e و يرمز له ب $\Gamma(F,(D),e)$.

2)- المحور البؤري لمخروطي:

ليكن (Δ) المستقيم المار من F و العمودي على (D) ، M و M' نقطتين متماثلتين بالنسبة ل (Δ) و لا تنتميان إلى (D) .

H و H' هما على التوالي المسقطين العموديين ل M و M' على (D) ، و هما أيضا متماثلتين بالنسبة ل (Δ) و لدينا : $M\in(\Gamma)\Leftrightarrow\dfrac{MF}{MH}=e\Leftrightarrow\dfrac{M'F}{M'H'}=e\Leftrightarrow M'\in(\Gamma)$

إذن المخروطي (Γ) متماثل بالنسبة للمستقيم (Δ) .

(Δ) يسمى المحور البؤري و عناصر التقاطع $(\Gamma)\cap(\Delta)$ تسمى رؤوس المخروطي (Γ) .

3)- تصنيف المخروطيات:

إذا كانت M نقطة من (Δ) فمسقطها العمودي K على (D) هي نقطة تقاطع (D) مع (Δ)

و لدينا : $M\in(\Gamma)\Leftrightarrow\dfrac{MF}{MK}=e$.

- في حالة $e=1$ لدينا : $(\Delta)\cap(\Gamma)=\{S\}$ حيث S هو منتصف القطعة $[FK]$.
  المخروطي (Γ) في هذه الحالة يسمى شلجما رأسه النقطة S .
- في حالة $e\neq1$ لدينا : $(\Delta)\cap(\Gamma)=\{A,A'\}$ حيث :
  $A=bar\{(F,1);(K,e)\}$ و $A'=bar\{(F,1);(K,-e)\}$.

لنحدد في هذه الحالة مواضع النقط A و A' و F و K على المحور البؤري (Δ) .

إذا كانت النقطة O هي منتصف القطعة $[AA']$ فإن :

$(1+e)\overrightarrow{OA}=\overrightarrow{OF}+e\overrightarrow{OK}$ و $(1-e)\overrightarrow{OA'}=\overrightarrow{OF}-e\overrightarrow{OK}$

و بما أن $\overrightarrow{OA'}=-\overrightarrow{OA}$ فإن : $\begin{cases}(1+e)\overrightarrow{OA}=\overrightarrow{OF}+e\overrightarrow{OK}\\(-1+e)\overrightarrow{OA}=\overrightarrow{OF}-e\overrightarrow{OK}\end{cases}$.

إذن : $\overrightarrow{OF}=e\overrightarrow{OA}$ و $\overrightarrow{OK}=\dfrac{1}{e}\overrightarrow{OA}$ ، و بصفة خاصة : $OF=eOA$ و $OK=\dfrac{1}{e}OA$

وبالتالي فهناك حالتين :

- في حالة $e<1$ يكون لدينا : $OF<OA<OK$ مع $AF<AK$.
  بؤرة المخروطي (Γ) توجد بين رأسيه ، في هذه الحالة (Γ) يسمى إهليلجا .
- في حالة $e>1$ يكون لدينا : $OK<OA<OF$ مع $AF>AK$.
  بؤرة المخروطي (Γ) توجد خارج رأسيه ، في هذه الحالة (Γ) يسمى هذلولا .

II- المعادلة المختصرة لمخروطي:

1)- المعادلة المختصرة لشلجم:

إذا كان (P) شلجما بؤرته F و دليله (D) فإن العدد $p=d(F,(D))=FK$ يسمى بارامتر (P) ، و النقطة S منتصف $[FK]$ هي رأسه .

في المعلم المتعامد و الممنظم $(S,\vec{i},\vec{j})$ حيث $\vec{i}=\dfrac{2}{p}\overrightarrow{SF}$ و $\vec{j}$ متجهة ممنظمة و موجهة للمستقيم (D) ، لكل نقطة $M(x,y)$ من المستوى و مسقطها العمودي H على (D) لدينا :

$$MF^2=\left(x-\frac{p}{2}\right)^2+y^2 \quad \text{و} \quad MH^2=\left(x+\frac{p}{2}\right)^2$$

إذن : $M\in(P)\Leftrightarrow\left(x-\dfrac{p}{2}\right)^2+y^2=\left(x+\dfrac{p}{2}\right)^2\Leftrightarrow y^2=2px$.

و عكسيا ، كل منحنى معادلته $y^2=2px$ $(p\neq0)$ في معلم متعامد و ممنظم $(S,\vec{i},\vec{j})$ هو شلجم (P) بؤرته $F\left(\dfrac{p}{2},0\right)$ و دليله المستقيم (D) الذي معادلته : $x=-\dfrac{p}{2}$.

- **مبرهنة01:**

$y^2=2ax$ (حيث $a\neq0$) في معلم متعامد و ممنظم $(S,\vec{i},\vec{j})$ هي المعادلة المختصرة للشلجم (P) الذي بؤرته $F\left(\dfrac{a}{2},0\right)$ و دليله $(D):x=-\dfrac{a}{2}$ (رأسه S و بارامتره $p=|a|$) .

- **ملخص:**

نلخص الدراسة السابقة في الجدول التالي :

دليله	بؤرته	بارامتره	المعادلة المختصرة للشلجم (P)
$(D):x=-\frac{a}{2}$	$F\left(\frac{a}{2},0\right)$	$p=\lvert a\rvert$	$y^2=2ax$
$(D):y=-\frac{b}{2}$	$F\left(0,\frac{b}{2}\right)$	$p=\lvert b\rvert$	$x^2=2by$

- **تمرين01:**

في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد و ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$ نعتبر المجموعة :

$$(\Gamma)=\left\{M(x,y)/y^4-4x^2=0\right\}.$$

أ- بين أن : $(\Gamma)=(P_1)\cup(P_2)$ حيث (P_1) و (P_2) شلجمين يتم تحديد معادلتيهما و العناصر المميزة لهما .

ب- أنشئ المجموعة (Γ) في المعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$.

- **تمرين02:**

في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد و ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$ نعتبر المنحنى (P_α) الذي معادلته :

$$(E):y^2+4\alpha y-2(\alpha+1)x=0 \quad \text{حيث} \quad \alpha\in\mathbb{R}-\{-1\}.$$

أ- بين أن (P_α) شلجم و حدد بارامتره p و إحداثيتي رأسه S في المعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$.

ب- حدد زوج إحدثيتي بؤرته F و معادلة دليله (D) في المعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$.

2)- المعادلتين المختصرتين لإهليلج و هذلول:

ليكن (Γ) مخروطيا بؤرته F دليله (D) و تباعده المركزي $e\neq1$ و النقطتين A و A' هما رأسيه و O هو منتصف القطعة $[AA']$.

نضع $a=OA=OA'$ و $c=OF$ ، إذن من جهة $c=ea$ (لأن : $OF=eOA$)

و من جهة أخرى : $OK=\frac{a}{e}=\frac{a^2}{c}$ (لأن : $OK=\frac{1}{e}OA$) .

في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد $(O,\vec{i},\vec{j})$ حيث $\vec{i}=\frac{1}{a}\overrightarrow{OA}$ و $\vec{j}$ متجهة ممنظمة و موجهة للمستقيم (D) ، لكل نقطة $M(x,y)$ من المستوى و مسقطها العمودي H لدينا :

$$MF^2=(x-c)^2+y^2 \quad \text{و} \quad MH^2=\left(x-\frac{a^2}{c}\right)^2 \quad \left(\text{لأن } F(c,0) \text{ و } (D):x=\frac{a^2}{c}\right)$$

إذن : $M\in(\Gamma)\Leftrightarrow(x-c)^2+y^2=e^2\left(x-\frac{a^2}{c}\right)^2\Leftrightarrow x^2\left(1-\frac{c^2}{a^2}\right)+y^2=a^2-c^2$

و بما أن $e\neq1$ فإن $a^2-c^2\neq0$ ، إذن : $M\in(\Gamma)\Leftrightarrow\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{a^2-c^2}=1$.

- إذا كان المخروطي (Γ) إهليلجا فإن : $e<1$ أي $c<a$ نضع : $b=\sqrt{a^2-c^2}$

فتصبح معادلة (Γ) تكتب على الشكل : $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ و هي المعادلة المختصرة لإهليلج .

- إذا كان المخروطي (Γ) هذلولا فإن : $e>1$ أي $a<c$ نضع : $b=\sqrt{c^2-a^2}$

فتصبح معادلة (Γ) تكتب على الشكل : $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ و هي المعادلة المختصرة لهذلول .

- **ملحوظة:**

من خلال المعادلة المختصرة لمخروطي (Γ) تباعده المركزي $e\neq1$ نستنتج أن :

(Γ)يقبل محوري تماثل : المحور البؤري $(O,\vec{i})$ ، و المحور $(O,\vec{j})$ واسط القطعة $[AA']$ (و يسمى محورا غير بؤريا) .

(Γ) يقبل أيضا مركز تماثل : النقطة O منتصف القطعة $[AA']$ ، و تسمى هذه النقطة مركز المخروطي (Γ) .

- **إستنتاج:**

باعتبار النقطة F' مماثلة F بالنسبة ل O و المستقيم (D') مماثل (D) بالنسبة ل O يكون لدينا : $\Gamma(F',(D'),e)=\Gamma(F,(D),e)$

و هذا يعني أن للمخروطي (Γ) بؤرة ثانية هي النقطة F' و دليل مرتبط بها هو المستقيم (D') .

FF' (المسافة التي تفصل بين البؤرتين) تسمى المسافة البؤرية

لدينا : $FF'=2c$ حيث : $c^2=a^2+b^2$.

نلخص الدراسة السابقة بالنسبة لمخروطي (Γ) تباعده المركزي $e\neq1$ في الجدولين التاليين :

المعادلة المختصرة للإهليلج	التباعد المركزي $0<e<1$	البؤرة و الدليل المرتبط بها
$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$	$e=\frac{c}{a}$	
$0<b<a$	$c=\sqrt{a^2-b^2}$	$(D):x=\frac{a^2}{c}$ و $F(c,0)$
		$(D'):x=-\frac{a^2}{c}$ و $F'(-c,0)$
$0<a<b$	$c=\sqrt{b^2-a^2}$	$(D):y=\frac{b^2}{c}$ و $F(0,c)$
		$(D'):y=-\frac{b^2}{c}$ و $F'(0,-c)$

المعادلة المختصرة لهذلول	التباعد المركزي $e>1$	البؤرة و الدليل المرتبط بها
$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$	$e=\frac{c}{a}$	$(D):x=\frac{a^2}{c}$ و $F(c,0)$
		$(D'):x=-\frac{a^2}{c}$ و $F'(-c,0)$
$\frac{y^2}{b^2}-\frac{x^2}{a^2}=1$	حيث $c=\sqrt{a^2+b^2}$	$(D):y=\frac{b^2}{c}$ و $F(0,c)$
		$(D'):y=-\frac{b^2}{c}$ و $F'(0,-c)$

3)- إنشاء إهليلج و هذلول:

- **الإهليلج:**

ليكن (Γ) إهليلجا معادلته $(e):\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ في معلم متعامد و ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$.

لدينا : $M(x,y)\in(\Gamma)\Leftrightarrow(-a\le x\le a$ و $y=\pm\frac{b}{a}\sqrt{a^2-x^2})$

إذن : $(\Gamma)=(\Gamma_+)\cup(\Gamma_-)$ حيث (Γ_+) هو منحنى الدالة f المعرفة على المجال $[-a,a]$ بما يلي : $f(x)=\frac{b}{a}\sqrt{a^2-x^2}$ ، و (Γ_-) هو مماثل (Γ_+) بالنسبة ل (Ox) .

f دالة زوجية و هي قابلة للإشتقاق على المجال $]-a,a[$ ولدينا : $f'(x)=\frac{-bx}{a\sqrt{a^2-x^2}}$

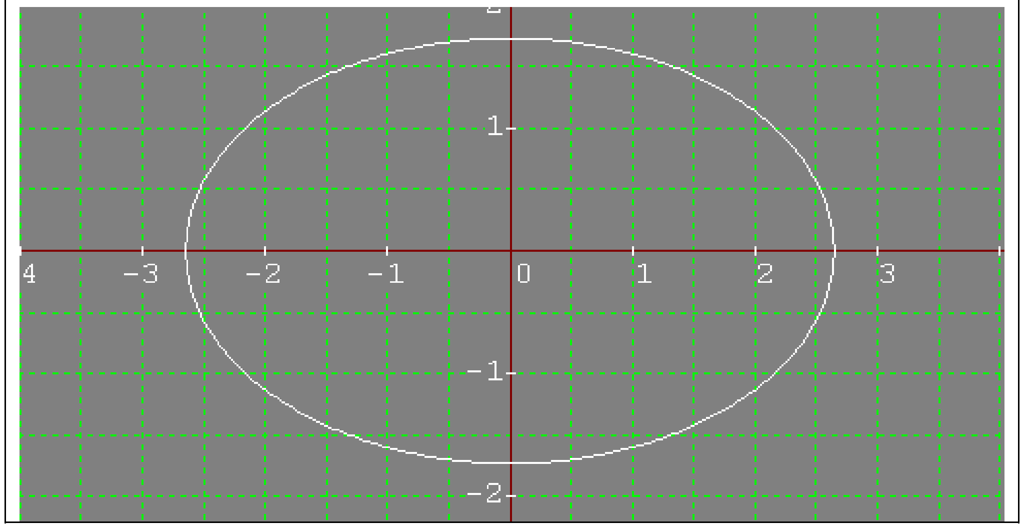
و جدول تغيراتها كالتالي :

x	$-a$		0		a
$f'(x)$	‖	$+$	0	$-$	‖
f	0	↗	b	↘	0

منحنى الدالة f يقبل عند النقطتين $A(a,0)$ و $A'(-a,0)$ مماسين يوازيان (Oy) لأن :

$$\lim_{x\to a^-}\frac{f(x)}{x-a}=-\infty \quad \text{و} \quad \lim_{x\to -a^+}\frac{f(x)}{x+a}=+\infty .$$

الإهليلج (Γ) حيث $0<b<a$:



- **الهذلول:**

ليكن (Γ) هذلولا معادلته $(h): \frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ في معلم متعامد و ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$.

لدينا : $M(x,y)\in(\Gamma)\Leftrightarrow (\ x\in]-\infty,-a]\cup[a,+\infty[$ و $y=\pm\frac{b}{a}\sqrt{x^2-a^2}\ )$

و منه فإن : $(\Gamma)=(\Gamma_+)\cup(\Gamma_-)$ حيث (Γ_+) هو منحنى الدالة f المعرفة بما يلي :

$f(x)=\frac{b}{a}\sqrt{x^2-a^2}$ لكل x من $]-\infty,-a]\cup[a,+\infty[$.

f دالة زوجية و قابلة للإشتقاق على $]-\infty,-a[\cup]a,+\infty[$ و لدينا : $f'(x)=\frac{bx}{a\sqrt{x^2-a^2}}$

و جدول تغيراتها كالتالي :

x	$-\infty$		$-a$		a		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	‖		‖	$+$	
f	$+\infty$	$\searrow$	0		0	$\nearrow$	$+\infty$

منحنى الدالة f يقبل عند النقطتين $A(a,0)$ و $A'(-a,0)$ مماسين يوازيان (Oy) لأن :

$\lim\limits_{x\to a^+}\frac{f(x)}{x-a}=+\infty$ و $\lim\limits_{x\to -a^-}\frac{f(x)}{x+a}=-\infty$.

بالنسبة للفرعين اللانهائيين لدينا : $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)-\frac{b}{a}x=0$ و $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)+\frac{b}{a}x=0$

إذن (C_f) يقبل بجوار $+\infty$ و $-\infty$ مقاربين مائلين (Δ_1) و (Δ_2) معادلاتاهما على التوالي :

$y=\frac{b}{a}x$ و $y=-\frac{b}{a}x$.

أنشىء الهذلول (Γ) و مقاربيه (Δ_1) و (Δ_2) في معلم متعامد و ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$.

- **تمرين03:**

في المستوى المنسوب لمعلم متعامد و ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$ نعتبر المنحنيين (C) و (C') بحيث

$$(C): 5x^2+9y^2-40x-54y-79=0$$

و $(C'): 16x^2-9y^2-64x-54y-161=0$.

أ- أوجد المعادلة المختصرة للمنحنى (C) ثم إستنتج طبيعته و حدد العناصر المميزه له .

(البؤرتان ، الدليلان ، الرؤوس و المقاربين إذا وجدا)

ب- أرسم المنحنى (C) في المعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$.

ج- حدد طبيعته المنحنى (C') و حدد العناصر المميزه له ، ثم أرسمه في المعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$.

III- التحديد البؤرتاني للإهليلج و الهذلول:

1)- مجموعة النقط M من المستوى (P) بحيث: $MF+MF'=2a$

- **مبرهنة02:**

إذا كانت F و F' نقطتين مختلفتين من المستوى و a عدد حقيقي موجب قطعا بحيث $2a>FF'$

فالمجموعة $(\Gamma)=\{M\in(P)/MF+MF'=2a\}$ إهليلج بؤرتاه F و F' و $2a$ هي

المسافة التي تفصل بين رأسيه المنتميين إلى المحور البؤري .

- **تمرين04:**

في المستوى (P) المنسوب إلى معلم متعامد و ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$ نعتبر النقطتين

$F(2,0)$ و $F'(4,0)$ و المجموعة : $(\Gamma)=\{M\in(P)/MF+MF'=8\}$.

حدد طبيعة (Γ) و العناصر المميزة لها .

2)- مجموعة النقط M من المستوى (P) بحيث: $|MF'-MF|=2a$

- **مبرهنة03:**

إذا كانت F و F' نقطتين مختلفتين من المستوى و a عدد حقيقي موجب قطعا بحيث $2a<FF'$

فالمجموعة $(\Gamma)=\{M\in(P)/|MF'-MF|=2a\}$ هذلول بؤرتاه F و F' و $2a$ هي

هي المسافة التي تفصل بين رأسيه .

- **تمرين05:**

في المستوى (P) المنسوب إلى معلم متعامد و ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$ نعتبر النقطتين

$F(0,-1)$ و $F'(0,4)$ و المجموعة : $(\Gamma')=\{M\in(P)/|MF'-MF|=2\}$.

حدد طبيعة (Γ) و العناصر المميزة لها .

IV- دراسة المعادلة $ax^2+by^2+cxy+dx+fy+g=0$:

1)- دراسة المعادلة $y^2=Ax^2+Bx+C$:

المستوى (P) منسوب إلى معلم متعامد و ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$ و(Γ) مجموعة النقط $M(x,y)$ من (P) بحيث : $(1): y^2=Ax^2+Bx+C$ حيث $(A,B,C)\in\mathbb{R}^3$.

- في حالة $A=0$ معادلة (Γ) هي : $y^2=Bx+C$ ، و هناك أربع حالات ممكنة :

- إذا كان $B=0$ و $C<0$ فإن : $(\Gamma)=\varnothing$ و إذا كان $B=C=0$ فإن : $(\Gamma)=(Ox)$

أما إذا كان $B=0$ و $C>0$ فإن : $(\Gamma)=(D_1)\cup(D_2)$ حيث (D_1) و (D_2) معادلاتاهما على التوالي : $y=-\sqrt{C}$ و $y=\sqrt{C}$.

- إذا كان $B\neq 0$ فإن : $M(x,y)\in(\Gamma)\Leftrightarrow y^2=B\left(x+\dfrac{C}{B}\right)$.

نضع $X=x+\dfrac{C}{B}$ و $Y=y$ ، و معادلة (Γ) تصبح : $Y^2=BX$ في المعلم $(\Omega,\vec{i},\vec{j})$ حيث $\Omega\left(-\dfrac{C}{B},0\right)$.

إذن (Γ) شلجم رأسه Ω ، بؤرته $F\left(\dfrac{B^2-4C}{4B},0\right)$ و دليله المستقيم $(D): x=\dfrac{4C-B^2}{4B}$

- في حالة $A\neq 0$ ، لدينا :

$(1)\Leftrightarrow y^2=A\left(x+\dfrac{B}{2A}\right)^2+K$ ، حيث $K=-\dfrac{B^2-4AC}{4A}$.

نضع : $X=x+\dfrac{B}{2A}$ و $Y=y$ ، فتصبح معادلة (Γ) في المعلم $(\Omega,\vec{i},\vec{j})$ هي :

$Y^2=AX^2+K$ ، حيث $\Omega\left(-\dfrac{B}{2A},0\right)$.

- إذا كان $A<0$ فإن : $(\Gamma)=\varnothing$ في حالة $K<0$ ، و $(\Gamma)=\{\Omega\}$ في حالة $K=0$.

أما إذا كان $K>0$ فإن معادلة (Γ) في المعلم $(\Omega,\vec{i},\vec{j})$ تكتب على الشكل :

$\dfrac{X^2}{a^2}+\dfrac{Y^2}{b^2}=1$ حيث $a=\sqrt{-\dfrac{K}{A}}$ و $b=\sqrt{K}$. إذن (Γ) إهليلج .

- إذا كان $A>0$ فإن : $(\Gamma)\neq\varnothing$ ، وهناك حالتين :

في حالة $K=0$ لدينا : $(\Gamma)=(D_1)\cup(D_2)$ حيث : $(D_1): y=\sqrt{A}\left(x+\dfrac{B}{2A}\right)$

و $(D_2): y=-\sqrt{A}\left(x+\dfrac{B}{2A}\right)$.

و في حالة $K\neq 0$ معادلة (Γ) في المعلم $(\Omega,\vec{i},\vec{j})$ تكتب على أحد الشكلين :

$\dfrac{X^2}{a^2}-\dfrac{Y^2}{b^2}=1$ في حالة $K<0$ ، حيث $a=\sqrt{-\dfrac{K}{A}}$ و $b=\sqrt{-K}$.

أو $\dfrac{Y^2}{b^2}-\dfrac{X^2}{a^2}=1$ في حالة $K>0$ ، حيث $a=\sqrt{\dfrac{K}{A}}$ و $b=\sqrt{K}$.

وفي كلا الحالتين (Γ) هذلول .

- **تمرين06:**

في المستوى (P) المنسوب إلى معلم متعامد و ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$ ، نعتبر المنحنى (C) الذي معادلته : $4mx^2+4\max+16y^2-m^2a^2=0$ ، حيث $(m,a)\in\mathbb{R}\times\mathbb{R}_+^*$.

1. أدرس تبعا لقيم البارامتر الحقيقي m طبيعة المنحنى (C) .

2. نأخذ فيما يلي $m=3$.

أ- بين أن (C) مخروطي و حدد مركزه ، بؤرتاه ، دليلاه ، رؤوسه و تباعده المركزي e .

ب- لتكن $M(z)$ نقطة من (C) لحقها z ، عبر عن المسافة OM بدلالة a و x أفصول النقطة M ، ثم إستنتج أن : $OM=\dfrac{3a}{2(2+\cos\theta)}$ ، حيث $\theta\equiv\arg(z)[2\pi]$.

ج- نعتبر العددين العقديين z' و z'' لحقا نقطتين M' و M'' من (C) عمدتهما على التوالي α و $\alpha+\pi$.

عبر عن العدد العقدي $z'-z''$ بدلالة العددين a و α ، ثم إستنتج المسافة $M'M''$.

د- لتكن P نقطة من المستوى العقدي لحقها Z يحقق : $\dfrac{2}{Z}=\dfrac{1}{z'}+\dfrac{1}{z''}$ ، عبر عن Z بدلالة a و α ، ثم إستنتج المحل الهندسي لمجموعة النقط P التي لحقها Z لما يتغير α على $\mathbb{R}-\left\{\dfrac{\pi}{2}+k\pi / k\in\mathbb{Z}\right\}$.

2)- منحنيات من الدرجة الثانية:

- **تمرين07:**

في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد و ممنظم $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$ نعتبر المنحنيين (P) و (H)

بحيث : $(P):(x-y)^2+3(x+y)-10=0$

و $(H):x^2+4xy+y^2-6(x+y)+5=0$.

أ- أوجد معادلتي المنحنيين (P) و (H) في المعلم $\left(O,\vec{u},\vec{v}\right)$ ثم إستنتج طبيعتهما ،

حيث : $\vec{u}=\dfrac{1}{\sqrt{2}}\left(\vec{i}+\vec{j}\right)$ و $\vec{v}=\dfrac{1}{\sqrt{2}}\left(-\vec{i}+\vec{j}\right)$.

ب- أوجد في المعلم $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$ إحداثيات النقط المشتركة بين المنحنيين (P) و (H) .

V- معادلة مماس لمخروطي:

المستوى (P) منسوب إلى معلم متعامد و ممنظم $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$

1)- معادلة مماس لشلجم:

- **خاصية01:**

إذا كان (P) شلجما معادلته $y^2=2px$ ، فلكل نقطة $M_0(x_0,y_0)$ من (P) معادلة المماس (Δ) ل (P) عند M_0 هي : $px-y_0y+px_0=0$.

2)- معادلة مماس لإهليلج:

- **خاصية02:**

إذا كان (E) إهليلجا معادلته $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$ ، فلكل نقطة $M_0(x_0,y_0)$ من (E) معادلة المماس (Δ) ل (E) عند M_0 هي : $b^2x_0x+a^2y_0y-a^2b^2=0$.

3)- معادلة مماس لهذلول:

- **خاصية03:**

إذا كان (H) هذلولا معادلته $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$ ، فلكل نقطة $M_0(x_0,y_0)$ من (H) معادلة المماس (Δ) ل (H) عند M_0 هي : $b^2x_0x-a^2y_0y-a^2b^2=0$.

abouzakariya@yahoo.fr