الدالة الآسية

Exponentiel

تعريف :

- الدالة العكسية لدالة اللوغاريتم النبيري تسمى الدالة الآسية النبيرية أو الدالة الآسية ونرمز لها بالرمز exp أو e .

$$\forall x \in \mathbb{R} ; \forall y \in \left]0;+\infty\right[$$
$$e^x = y \Leftrightarrow x = \ln(y)$$

خصائص:

$$\forall (x;y) \in \mathbb{R}^2 ; e^x = e^y \Leftrightarrow x = y$$
$$e^x \prec e^y \Leftrightarrow x \prec y$$
$$\frac{e^x}{e^y} = e^x - e^y$$
$$e^x \cdot e^y = e^{x+y}$$
$$\left(e^x\right)^r = e^{xr}$$
$$\ln e^f = f ; e^0 = 1 ; e^1 = e ; e^{\ln f} = f$$

المشتقة :

- f قابلة للاشتقاق على المجال I

$$\forall x \in \mathrm{I} ; \left[e^{f(x)}\right]' = f'(x) e^{f(x)}$$

النهايات:

دالة e^x : دالة متصلة وتزايدية على $\mathbb{R}$

$$\lim_{+\infty} e^x = +\infty \quad ; \lim_{+\infty} \frac{e^x}{x} = +\infty$$
$$\lim_{-\infty} e^x = 0 \quad ; \lim_{-\infty} x e^x = 0$$
$$\lim_{x \to 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$$

الدالة الآسية للأساس a

- لكل $a \in \mathbb{R}^*_+ - \{1\}$ الدالة $e^{x \ln a}$ المعرفة على $\mathbb{R}$ تسمى الدالة الآسية للأساس a ونرمز لها ب: $\exp_a$
- ولكل x من $\mathbb{R}$ ← $a^x = e^{x \ln a}$ و $a^0 = 1$ و $a^1 = a$
- جميع خصائص الدالة الآسية النبيرية تبقى صالحة للدالة الآسية ذات الأساس a