المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية
والتكوين المهني
والتعليم العالي والبحث العلمي

المركز الوطني للتقويم والامتحانات والتوجيه

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا

الدورة العادية 2017

- الموضوع -

NS 22

★★

المادة	الرياضيات	مدة الإنجاز	3
الشعبة أو المسلك	شعبة العلوم التجريبية بمسالكها	المعامل	7

تعليمات عامة

- يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة ؛
- يمكن للمترشح إنجاز تمارين الامتحان حسب الترتيب الذي يناسبه ؛
- ينبغي تفادي استعمال اللون الأحمر عند تحرير الأجوبة .

مكونات الموضوع

- يتكون الموضوع من ثلاثة تمارين و مسألة، مستقلة فيما بينها، و تتوزع حسب المجالات كما يلي:

التمرين الأول	الهندسة الفضائية	3 نقط
التمرين الثاني	حساب الاحتمالات	3 نقط
التمرين الثالث	الأعداد العقدية	3 نقط
المسألة	دراسة دالة عددية و حساب التكامل و المتتاليات العددية	11 نقطة

- بالنسبة للمسألة ، $\ln$ يرمز لدالة اللوغاريتم النبيري.

التمرين الأول: (3 نقط)

نعتبر، في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$، المستوى (P) المار من النقطة $A(0\,,\,1\,,\,1)$ و $\vec{u}(1\,,\,0\,,\,-1)$ متجهة منظمية عليه و الفلكة (S) التي مركزها النقطة $\Omega(0\,,\,1\,,\,-1)$ و شعاعها $\sqrt{2}$

1) أ- بين أن $x-z+1=0$ هي معادلة ديكارتية للمستوى (P) 0.5

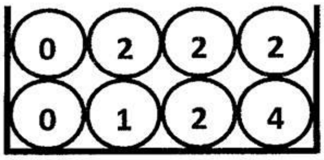
ب- بين أن المستوى (P) مماس للفلكة (S) و تحقق من أن $B(-1\,,1\,,0)$ هي نقطة التماس. 0.75

2) أ- حدد تمثيلا بارامتريا للمستقيم (Δ) المار من النقطة A و العمودي على المستوى (P) 0.25

ب- بين أن المستقيم (Δ) مماس للفلكة (S) في النقطة $C(1\,,\,1\,,\,0)$ 0.75

3) بين أن $\overrightarrow{OC}\wedge\overrightarrow{OB}=2\vec{k}$ و استنتج مساحة المثلث OCB 0.75

التمرين الثاني: (3 نقط)



يحتوي صندوق على ثماني كرات لا يمكن التمييز بينها باللمس و تحمل كل واحدة منها عددا كما هو مبين في الشكل جانبه.

نسحب عشوائيا و في آن واحد ثلاث كرات من الصندوق.

1) نعتبر الحدث A : " من بين الكرات الثلاث المسحوبة لا توجد أية كرة تحمل العدد 0 ". 1.5

و الحدث B : " جداء الأعداد التي تحملها الكرات الثلاث المسحوبة يساوي 8 ".

بين أن $p(A)=\dfrac{5}{14}$ و أن $p(B)=\dfrac{1}{7}$

2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يربط كل سحبة بجداء الأعداد التي تحملها الكرات الثلاث المسحوبة.

أ- بين أن $p(X=16)=\dfrac{3}{28}$ 0.5

ب- الجدول جانبه يتعلق بقانون احتمال المتغير العشوائي X 1

أتمم ملء الجدول بعد نقله على ورقة تحريرك معللا أجوبتك.

x_i	0	4	8	16
$p(X=x_i)$				$\dfrac{3}{28}$

التمرين الثالث: (3 نقط)

نعتبر العددين العقديين a و b بحيث $a=\sqrt{3}+i$ و $b=\sqrt{3}-1+\left(\sqrt{3}+1\right)i$

1) أ- تحقق من أن $b=(1+i)a$ 0.25

ب- استنتج أن $|b|=2\sqrt{2}$ و أن $\arg b\equiv\dfrac{5\pi}{12}\ [2\pi]$ 0.5

ج- استنتج مما سبق أن $\cos\dfrac{5\pi}{12}=\dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$ 0.5

2) المستوى العقدي منسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\ \vec{u}\ ,\vec{v})$

نعتبر النقطتين A و B اللتين لحقاهما على التوالي هما a و b و النقطة C التي لحقها c بحيث $c=-1+i\sqrt{3}$

أ- تحقق من أن $c=ia$ و استنتج أن $OA=OC$ و أن $\left(\overline{\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OC}}\right)\equiv\dfrac{\pi}{2}[2\pi]$ 0.75

ب- بين أن النقطة B هي صورة النقطة A بالإزاحة ذات المتجهة $\overrightarrow{OC}$ 0.5

ج- استنتج أن الرباعي $OABC$ مربع . 0.5

المسألة : (11 نقطة)

I) لتكن g الدالة العددية المعرفة على المجال $]0,+\infty[$ بما يلي : $g(x)=x^2+x-2+2\ln x$

0.25 | 1) تحقق من أن $g(1)=0$

1 | 2) انطلاقا من جدول تغيرات الدالة g جانبه :

x	0 $\qquad\qquad$ $+\infty$
$g'(x)$	$+$
$g(x)$	$-\infty \nearrow +\infty$

بين أن $g(x)\leq 0$ لكل x من المجال $]0\,,1]$

و أن $g(x)\geq 0$ لكل x من المجال $[1\,,+\infty[$

II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $]0,+\infty[$ بما يلي : $f(x)=x+\left(1-\dfrac{2}{x}\right)\ln x$

و ليكن (C) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$ (الوحدة : $1\ cm$)

0.5 | 1) بين أن $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} f(x)=+\infty$ و أول هندسيا النتيجة.

0.25 | 2) أ- بين أن $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$

0.75 | ب- بين أن المنحنى (C) يقبل بجوار $+\infty$ ، فرعا شلجميا في اتجاه المستقيم (D) الذي معادلته $y=x$

1 | 3) أ- بين أن $f'(x)=\dfrac{g(x)}{x^2}$ لكل x من المجال $]0,+\infty[$

0.75 | ب- بين أن الدالة f تناقصية على المجال $]0\,,1]$ و تزايدية على المجال $[1\,,+\infty[$

0.25 | ج- ضع جدول تغيرات الدالة f على المجال $]0,+\infty[$

0.5 | 4) أ- حل في المجال $]0,+\infty[$ المعادلة $\left(1-\dfrac{2}{x}\right)\ln x=0$

0.5 | ب- استنتج أن المنحنى (C) يقطع المستقيم (D) في نقطتين يتم تحديد زوج إحداثيتي كل منهما.

0.75 | ج- بين أن $f(x)\leq x$ لكل x من المجال $[1\,,2]$ واستنتج الوضع النسبي للمنحنى (C) والمستقيم (D) على $[1\,,2]$

1 | 5) أنشئ ، في نفس المعلم $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$، المستقيم (D) و المنحنى (C) (نقبل أن للمنحنى (C) نقطة انعطاف وحيدة أفصولها محصور بين $2{,}4$ و $2{,}5$)

0.5 | 6) أ- بين أن $\displaystyle\int_1^2 \frac{\ln x}{x}\,dx=\frac{1}{2}(\ln 2)^2$

0.25 | ب- بين أن الدالة $H:x\mapsto 2\ln x-x$ هي دالة أصلية للدالة $h:x\mapsto \dfrac{2}{x}-1$ على المجال $]0,+\infty[$

0.5 | ج- باستعمال مكاملة بالأجزاء ، بين أن $\displaystyle\int_1^2\left(\frac{2}{x}-1\right)\ln x\,dx=(1-\ln 2)^2$

0.5 | د- احسب ب cm^2 ، مساحة حيز المستوى المحصور بين المنحنى (C) و المستقيم (D) و المستقيمين اللذين معادلتاهما $x=1$ و $x=2$

III) نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بما يلي : $u_0=\sqrt{3}$ و $u_{n+1}=f(u_n)$ لكل n من $\mathbb{N}$

0.5 | 1) بين بالترجع أن $1\leq u_n\leq 2$ لكل n من $\mathbb{N}$

0.5 | 2) بين أن المتتالية (u_n) تناقصية (يمكنك استعمال نتيجة السؤال II) 4) ج-)

0.75 | 3) استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة و حدد نهايتها.