

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا  
الدورة الاستدراكية 2017  
- الموضوع -



المركز الوطني للتقويم والامتحانات والتوجيه

RS 22



المادة	الرياضيات	مدة الإنجاز	3
الشعبة أو المسلك	شعبة العلوم التجريبية بمسالكها	المعامل	7

[www.9alami.info](http://www.9alami.info)

### تعليمات عامة

- يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة ؛
- يمكن للمترشح إنجاز تمارين الامتحان حسب الترتيب الذي يناسبه ؛
- ينبغي تفادي استعمال اللون الأحمر عند تحرير الأجوبة .

### مكونات الموضوع

- يتكون الموضوع من أربعة تمارين و مسألة، مستقلة فيما بينها، وتوزع حسب المجالات كما يلي :

التمرين الأول	الهندسة الفضائية	3 نقط
التمرين الثاني	حساب الاحتمالات	3 نقط
التمرين الثالث	الأعداد العقدية	3 نقط
التمرين الرابع	المتتاليات العددية	2.5 نقط
المسألة	دراسة دالة عددية و حساب التكامل	8.5 نقط

www.9alami.info

التمرين الأول: (3 نقط)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد منظم مباشر  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$

نعتبر الفلكة  $(S)$  التي معادلتها  $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 2z - 1 = 0$  والمستوى  $(P)$  الذي معادلته  $y - z = 0$

(1) أ- بين أن مركز الفلكة  $(S)$  هو النقطة  $\Omega(1, 1, 1)$  و شعاعها هو 2

ب- احسب  $d(\Omega, (P))$  و استنتج أن المستوى  $(P)$  يقطع الفلكة  $(S)$  وفق دائرة  $(C)$

ج- حدد مركز و شعاع الدائرة  $(C)$

(2) ليكن  $(\Delta)$  المستقيم المار من النقطة  $A(1, -2, 2)$  و العمودي على المستوى  $(P)$

أ- بين أن  $\vec{u}(0, 1, -1)$  متجهة موجهة للمستقيم  $(\Delta)$

ب- بين أن  $\|\overline{\Omega A} \wedge \vec{u}\| = \sqrt{2} \|\vec{u}\|$  و استنتج أن المستقيم  $(\Delta)$  يقطع الفلكة  $(S)$  في نقطتين.

ج- حدد مثلث إحداثيات كل نقطة من نقطتي تقاطع المستقيم  $(\Delta)$  و الفلكة  $(S)$

التمرين الثاني: (3 نقط)

يحتوي صندوق على 10 كرات لا يمكن التمييز بينها باللمس:

خمس كرات بيضاء و ثلاث كرات حمراء و كرتان خضراوان (انظر الشكل جانبه).

نسحب عشوائيا و في آن واحد أربع كرات من الصندوق.

(1) نعتبر الحدث  $A$ : " من بين الكرات الأربع المسحوبة توجد كرة خضراء واحدة فقط".

و الحدث  $B$ : " من بين الكرات الأربع المسحوبة توجد بالضبط ثلاث كرات من نفس اللون".

$$\text{بين أن } p(A) = \frac{8}{15} \text{ وأن } p(B) = \frac{19}{70}$$

(2) ليكن  $X$  المتغير العشوائي الذي يربط كل سحبة بعدد الكرات الخضراء المسحوبة.

$$\text{أ- بين أن } p(X=2) = \frac{2}{15}$$

ب- حدد قانون احتمال المتغير العشوائي  $X$  و بين أن الأمل الرياضي  $E(X)$  يساوي  $\frac{4}{5}$

التمرين الثالث: (3 نقط)

(1) حل في مجموعة الأعداد العقدية  $\square$  المعادلة  $z^2 + 4z + 8 = 0$

(2) نعتبر، في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد منظم مباشر  $(O, \vec{u}, \vec{v})$ ، النقط  $A$  و  $B$  و  $C$  اللتي ألقاها

على التوالي هي  $a$  و  $b$  و  $c$  بحيث  $a = -2 + 2i$  و  $b = 4 - 4i$  و  $c = 4 + 8i$

أ- ليكن  $z$  لحق نقطة  $M$  من المستوى و  $z'$  لحق النقطة  $M'$  صورة  $M$  بالدوران  $R$  الذي مركزه  $A$  و زاويته  $-\frac{\pi}{2}$

$$\text{بين أن } z' = -iz - 4$$

ب- تحقق من أن النقطة  $B$  هي صورة النقطة  $C$  بالدوران  $R$  و استنتج طبيعة المثلث  $ABC$

(3) ليكن  $\omega$  لحق النقطة  $\Omega$  منتصف القطعة  $[BC]$

$$\text{أ- بين أن } |c - \omega| = 6$$

ب- بين أن مجموعة النقط  $M$  ذات اللحق  $z$  بحيث  $|z - \omega| = 6$  هي الدائرة المحيطة بالمثلث  $ABC$

www.9alami.info

**التمرين الرابع : ( 2.5 نقط )**

نعتبر المتتالية العددية  $(u_n)$  المعرفة بما يلي :  $u_0 = 17$  و  $u_{n+1} = \frac{1}{4}u_n + 12$  لكل  $n$  من  $IN$

(1) أ- بين بالترجع أن  $u_n > 16$  لكل  $n$  من  $IN$

ب- بين أن المتتالية  $(u_n)$  تناقصية و استنتج أن المتتالية  $(u_n)$  متقاربة.

(2) لتكن  $(v_n)$  المتتالية العددية بحيث  $v_n = u_n - 16$  لكل  $n$  من  $IN$

أ- بين أن  $(v_n)$  متتالية هندسية.

ب- استنتج أن  $u_n = 16 + \left(\frac{1}{4}\right)^n$  لكل  $n$  من  $IN$  ثم حدد نهاية المتتالية  $(u_n)$

ج- حدد أصغر قيمة للعدد الصحيح الطبيعي  $n$  التي يكون من أجلها  $u_n < 16,0001$

**المسألة : ( 8.5 نقط )**

(I) لتكن  $g$  الدالة العددية المعرفة على  $IR$  بما يلي :

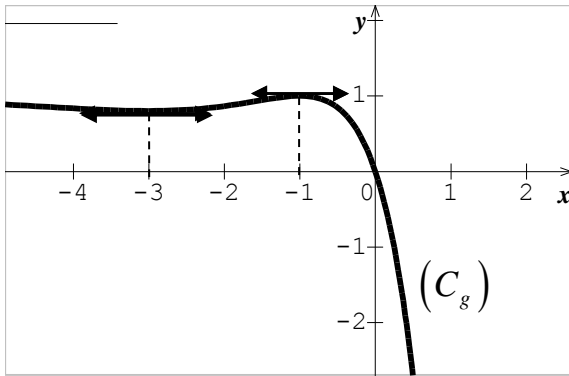
$$g(x) = 1 - (x+1)^2 e^x$$

(1) تحقق من أن  $g(0) = 0$

(2) انطلاقا من التمثيل المبياني  $(C_g)$  للدالة  $g$  (انظر الشكل جانبه)

بين أن  $g(x) \geq 0$  لكل  $x$  من  $]-\infty, 0]$

وأن  $g(x) \leq 0$  لكل  $x$  من  $[0, +\infty[$



(II) نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة على  $IR$  بما يلي :  $f(x) = x + 1 - (x^2 + 1)e^x$

و ليكن  $(C_f)$  المنحنى الممثل للدالة  $f$  في معلم متعامد منظم  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  ( الوحدة : 2 cm )

(1) أ- تحقق من أن  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$  ثم استنتج أن لكل  $x$  من  $IR$   $f(x) = x + 1 - 4\left(\frac{x}{2}e^{\frac{x}{2}}\right)^2 - e^x$

ب- احسب  $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (x+1)]$  واستنتج أن المستقيم  $(D)$  ذا المعادلة  $y = x + 1$  مقارب للمنحنى  $(C_f)$  بجوار  $-\infty$

ج- بين أن المنحنى  $(C_f)$  يوجد تحت المستقيم  $(D)$

(2) أ- بين أن  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$  ( يمكنك كتابة  $f(x)$  على الشكل  $\left[ x \left[ 1 + \frac{1}{x} - \left( x + \frac{1}{x} \right) e^x \right] \right)$

ب- بين أن المنحنى  $(C_f)$  يقبل بجوار  $+\infty$  ، فرعا شلجيميا يتم تحديد اتجاهه.

(3) أ- بين أن  $f'(x) = g(x)$  لكل  $x$  من  $IR$

ب- بين أن الدالة  $f$  تزايدية على  $]-\infty, 0]$  و تناقصية على  $[0, +\infty[$  ثم ضع جدول تغيرات الدالة  $f$  على  $IR$

ج- بين أن المنحنى  $(C_f)$  يقبل نقطتي انعطاف أفصولاهما -3 و -1

(4) أنشئ ، في نفس المعلم  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  ، المستقيم  $(D)$  و المنحنى  $(C_f)$  ( نأخذ  $f(-3) \approx -2,5$  و  $f(-1) \approx -0,75$  )

(5) أ- تحقق من أن  $H : x \mapsto (x-1)e^x$  هي دالة أصلية للدالة  $h : x \mapsto xe^x$  على  $IR$  ثم بين أن  $\int_{-1}^0 xe^x dx = \frac{2}{e} - 1$

ب- باستعمال مكاملة بالأجزاء ، بين أن  $\int_{-1}^0 (x^2 + 1)e^x dx = 3\left(1 - \frac{2}{e}\right)$

ج- احسب ، ب  $cm^2$  ، مساحة حيز المستوى المحصور بين المنحنى  $(C_f)$  و المستقيم  $(D)$  و محور الأرتاب

و المستقيم الذي معادلته  $x = -1$