www.9alami.info

Lycée ANISSE	D.S.N° 3	2.B.S.V.T + P.C

التمرين الأول: (7,5 ن)

لتكن (u_n) المتتالية العددية المعرفة بما يلي:

$$\begin{cases} u_0 = 4 \\ u_{n+1} = \dfrac{6u_n}{3+u_n} \end{cases}$$

1° - بين بالترجع أن: $(\forall n \in \mathbb{N}) : u_n > 3$ (1,5 ن)

2° - بين أن (u_n) تناقصية، ثم استنتج أنها متقاربة. (1,5 ن)

3° - لتكن (v_n) المتتالية العددية المعرفة بما يلي:

$$(\forall n \in \mathbb{N}) : v_n = \frac{u_n}{u_n - 3}$$

أ- بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها 2 (1,5 ن)

ب - استنتج أن: $(\forall n \in \mathbb{N}) : v_n = 4 \times 2^n$ ثم احسب $\lim\limits_{+\infty} v_n$. (1,5 ن)

ج - بين أن: $u_n = \dfrac{3v_n}{-1+v_n}$ ثم تحقق أن (u_n) متقاربة. (1,5 ن)

التمرين الثاني: (4 ن)

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بما يلي:

$$\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \dfrac{u_n^3}{1+3u_n^2} \end{cases}$$

1° - بين بالترجع أن: $(\forall n \in \mathbb{N}) : u_n > 0$. (1 ن)

2° - بين أن المتتالية (u_n) تناقصية. (1 ن)

3° - أ - بين أن: $(\forall n \in \mathbb{N}) : u_{n+1} \leq \frac{1}{3} u_n$ (1 ن)

ب - استنتج أن: $(\forall n \in \mathbb{N}) : u_n \leq \left(\frac{1}{3}\right)^n$ (0,5 ن)

4° - حدد نهاية (u_n). (0,5 ن)

www.9alami.info

التمرين الثالث: لتكن f الدالة العددية المعرفة على المجال $[0,+\infty[$ بما يلي: $f(x) = x\ln(1+x^2)$

وليكن (C) منحناها في م.م.م $(O,\vec{i},\vec{j})$.

ن 0,5 1° ـ احسب النهايتين: $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x}$، ثم أول هندسيا النتيجة المحصل عليها.

ن 1,5 2° أ ـ ادرس قابلية اشتقاق الدالة f على اليمين في الصفر. ثم أول هندسيا.

ن 1,5 ب ـ بين أن: $(\forall x>0)$: $f'(x) = \frac{2x^2}{1+x^2} + \ln(1+x^2)$

ن 0,5 ج ـ استنتج أن الدالة f تزايدية قطعا على المجال $[0,+\infty[$.

ن 0,5 3° ـ ليكن (Δ) المستقيم الذي معادلته $y=x$

أ ـ بين أن: $(\forall x>0)$: $\begin{cases} f(x)=x \iff x=\sqrt{e-1} \\ f(x)>x \iff x>\sqrt{e-1} \end{cases}$

ن 0,5 ب ـ استنتج الوضع النسبي لـ (C) و المستقيم (Δ).

ن 0,75 ج ـ أنشئ في المعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$ كلا من (C) و (Δ).

ن 0,75 4° أ ـ بين أن الدالة f تقبل دالة عكسية f^{-1} معرفة على مجموعة تحديدها.

ن 0,5 ب ـ أنشئ في المعلم السابق وبلون مغاير منحنى الدالة f^{-1}.

www.9alami.info