Lycée ANISSE | D.S.N° 3 | 1/2 | 2.B.S.V.T + P.C

التمرين الأول : جميع أسئلة هذا التمرين مستقلة.

1° - حدد النهايات التالية: (4)

$\lim\limits_{n\to+\infty} \dfrac{2^n+3^n-1}{5^n+7^n}$	$\lim\limits_{n\to+\infty} \dfrac{2^n+3^n}{3^n}$	$\lim\limits_{n\to+\infty} 2^n-\dfrac{1}{n}$	$\lim\limits_{n\to+\infty} \sqrt{n}+\left(\dfrac{1}{3}\right)^n$

2° - نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ المعرفة بمايلي: $u_n = 2+\dfrac{\sin(n)}{n}$

أ- تحقق من أن: $(\forall n\in\mathbb{N}^*)\ |u_n-2| \leq \dfrac{1}{n}$ (1)

ب- استنتج نهاية (u_n). (1)

3° - لتكن $(u_n)_{n\geq 0}$ متتالية حسابية أساسها $r=2$ وحدها الأول $u_0=1$

أ- حدد u_n بدلالة n، ثم أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$. (0,5)

ب- ليكن $n\in\mathbb{N}$، نضع: $S_n = u_0+u_1+\dots+u_n$

أحسب S_n بدلالة n، ثم أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} \dfrac{1}{n^2} S_n$. (1)

ج- استنتج نهاية المتتالية $\left(\ln\left(\dfrac{1}{n^2}S_n\right)\right)_{n>0}$. (0,5)

4° - لتكن $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متتالية هندسية أساسها $q=\dfrac{1}{5}$ وحدها الأول $v_0=125$

أ- أحسب v_1 و v_2 (0,5)

ب- حدد v_n بدلالة n، ثم أحسب نهاية (v_n). (0,5)

ج- حدد أصغر عدد صحيح طبيعي n بحيث: $v_n < 10^{-6}$ ، $n\geq 0$. (0,5)

د- ليكن $n\in\mathbb{N}$، نضع $S_n = v_0+v_1+\dots+v_n$

حدد S_n بدلالة n، ثم أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty}\sqrt{S_n}$. (0,5)

Lycée ANISSE | D.S.N° 3 - | 2/2 | 2.B.S.V.T + P.C

5° - نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ المعرفة بمايلي: $\begin{cases} u_0 = 5 \\ u_{n+1} = \dfrac{7u_n+4}{2u_n+5} \end{cases}$ و $n\in\mathbb{N}$

ونضع: $v_n = \dfrac{u_n-2}{u_n+1}$

1° - بين بالترجع أن: $(\forall n\in\mathbb{N}) : u_n > 2$ (0,5)

2° - بين أن: $u_{n+1}-u_n = \dfrac{-2(u_n+1)(u_n-2)}{2u_n+5}$ لكل n من $\mathbb{N}$ (0,5)

3° - استنتج أن (u_n) متناقصة. (0,5)

4° - بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $q=\dfrac{1}{3}$ ثم أكتب v_n بدلالة n. (0,75)

5° - استنتج أن: $u_n = \dfrac{4+\left(\frac{1}{3}\right)^n}{2-\left(\frac{1}{3}\right)^n}$ لكل n من $\mathbb{N}$، ثم حدد نهاية (u_n). (0,75)

التمرين الثاني :

I - نعتبر الدالة g المعرفة على $]0,+\infty[$ بمايلي: $g(x)=1-x+x\ln x$

1° - أحسب $g'(x)$ لكل x من $]0;+\infty[$. (1)

2° - ضع جدول تغيرات الدالة g (حساب النهايات غير مطلوب) (0,5)

3° - استنتج أن: $g(x)\geq 0$ ، $(\forall x\in]0,+\infty[)$ (0,5)

II - نعتبر الدالة f المعرفة على $[0,+\infty[$ بمايلي: $\begin{cases} f(x) = -3x^2+4x+2x^2\ln x \ ;\ x>0 \\ f(0)=0 \end{cases}$

1° - أحسب $\lim\limits_{+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{+\infty} \dfrac{f(x)}{x}$ وأعط تأويلا هندسيا للنتيجة المحصل عليها. (1)

2° - بين أن f قابلة للاشتقاق على اليمين في 0 وأعط تأويلا هندسيا (0,5)

3° - بين أن: $(\forall x\in]0,+\infty[) : f'(x)=4g(x)$. (1)

4° - اعط جدول تغيرات الدالة f. (0,5)

5° - بين أن النقطة $I(1,1)$ نقطة انعطاف للمنحنى (C_f) وأعط معادلة المماس لـ (C_f) عند هذه النقطة. (1)

6° - أنشئ (C_f) في م.م.م. (1)