Lycée ANISSE	D.S. N° 3	2h	2.B.S.V.T

التمرين الأول : حدد الجواب أو الأجوبة الصحيحة (معللا جوابك) .

$A=\log_a(1/a)$	$A=-1$	$A=0$	$a\in\mathbb{R}_+^*-\{1\}$ حيث $A=\log_{1/a}(a)$
(V_n) حسابية أساسها $\ln 2$	(V_n) حسابية أساسها $\ln 3$	(V_n) هندسية	(U_n) متتالية هندسية أساسها 2 وحدها الأول $u_0=3$. نضع $V_n=\ln(U_n)$
$-\infty$	$+\infty$	0	النهاية $\lim\limits_{x\to0^+}\frac{1}{x^3\sqrt{-\ln x}}$ تساوي
f تناقصية على $]0,1]$	f تزايدية على $]0,+\infty[$	f تزايدية على $[1,+\infty[$	$f(x)=x\ln x-x$
$x\mapsto\frac{1}{2}\ln^2x+\frac{1}{2}$	$x\mapsto\frac{1}{2}\ln^2x+1$	$x\mapsto\ln^2x+\frac{1}{2}$	دالة أصلية للدالة $x\mapsto\frac{\ln x}{x}$ على المجال $]0,+\infty[$ هي
$]0,\ 0{,}2[$	$]0{,}2,\ +\infty[$	$]-\infty,\ 0{,}2[$	نعتبر في $\mathbb{R}$ المتراجحة : $\log_{0,2}(x)>1$ مجموعة حلولها هي
لا تقبل نهاية .	-1	1	نهاية المتتالية (U_n) حيث : $U_n=\frac{\cos n+n}{\cos n-n}$
مكبورة بالعدد $\sqrt{2}$	تناقصية	تزايدية	المتتالية (U_n) حيث $\begin{cases}u_0=1\\ U_{n+1}=\sqrt{1+U_n}\ ;\ n\in\mathbb{N}\end{cases}$
تزايدية	متباعدة	متقاربة	(U_n) متتالية حسابية أساسها $r>0$
$\lim\limits_{n\to+\infty}U_n=-\infty$	$\lim\limits_{n\to+\infty}U_n=0$	$\lim\limits_{n\to+\infty}U_n=+\infty$	نضع : $U_n=(\sqrt{3}-2)^n$
$\lim\limits_{n\to+\infty}U_n=1$	$\lim\limits_{n\to+\infty}U_n=0$	$\lim\limits_{n\to+\infty}U_n=+\infty$	(U_n) متتالية هندسية بحيث $U_6=6$ و $U_3=8$

20 - 12 - 2010

Lycée ANISSE	D.S. N° 3	2h	2.B.S.V.

التمرين الثاني: ادرس تقارب المتتالية $(U_n)_{n\geq 1}$ المعرفة بما يلي:

$$(\forall n\in\mathbb{N}^*) : \quad U_n = \frac{\cos(n)}{\sqrt{n}} - \left(\frac{2}{3}\right)^n + 1$$

التمرين الثالث: نعتبر المتتالية العددية (U_n) المعرفة كما يلي:

$$U_0 = \frac{1}{2} \quad ; \quad U_{n+1} = \frac{1+U_n^2}{1+U_n} \quad ; \ n\in\mathbb{N}$$

1° - بين أن: $(\forall n\in\mathbb{N}) : 0 < U_n < 1$

2° - بين أن المتتالية $(U_n)_{n\geq 0}$ متقاربة.

3° - أ - أثبت أن: $(\forall n\in\mathbb{N}) : \quad 1 - U_{n+1} - \frac{2}{3}(1-U_n) = \frac{(U_n-1)(2-U_n)}{3(1+U_n)}$

ب - استنتج أن: $(\forall n\in\mathbb{N}) : \quad 0 < 1 - U_{n+1} \leq \frac{2}{3}(1-U_n)$

4° - بين بالترجع أن: $(\forall n\in\mathbb{N}) : \quad 0 < 1 - U_n \leq \frac{1}{2}\times\left(\frac{2}{3}\right)^n$

5° - استنتج نهاية $(U_n)_{n\geq 0}$.

6° - حدد أصغر عدد صحيح طبيعي n_0 بحيث $1 - U_{n_0} < 10^{-3}$.

التمرين الرابع: نعتبر المتتالية العددية $(U_n)_{n\geq 1}$ المعرفة بما يلي:

$$U_1 = 1 \quad \text{و} \quad U_{n+1} = 2\sqrt{U_n} \quad ; \ n\in\mathbb{N}^*$$

لكل n من $\mathbb{N}^*$، نضع: $V_n = \ln(U_n) - \ln 4$

1° - بين أن $(V_n)_{n\geq 1}$ متتالية هندسية محددا أساسها وحدها الأول.

2° - حدد V_n بدلالة n ثم استنتج رتابة $(V_n)_{n\geq 1}$.

3° - استنتج أن (U_n) تزايدية ومكبورة بالعدد 4.

4° - حدد $\lim\limits_{n\to+\infty} V_n$، ثم استنتج أن: $\lim\limits_{n\to+\infty} U_n = 4$