Lycée ANISSE	D.S. N° 2	2 B.S.V.T + P.C

التمرين الأول: أسئلة مستقلة.

$1°$ - بسط الأعداد التالية: 2ن

$A = \ln\sqrt{e} - 2\ln e^2 - \frac{1}{2}$ | $B = \ln\left(\frac{1}{2}\right) + \ln\left(\frac{2}{3}\right) + \ln(3)$ | $C = \ln^3(\sqrt{7}+\sqrt{6}) + \ln^3(\sqrt{7}-\sqrt{6})$

$2°$ - نعتبر الدالة f المعرفة بما يلي: $f : x \mapsto x - (x-1)\ln|x-1|$

أ - بين أن D مجموعة تعريف الدالة f هي $\mathbb{R} - \{1\}$. 0,5ن

ب - بين أن النقطة $\Omega(1,1)$ مركز تماثل لـ (C_f). 1ن

$3°$ - حل في المجموعة $\mathbb{R}$ ما يلي: 2,5ن

$\ln(x+1) = 2$ | $\ln(2x+1) = \ln(3x)$ | $1 - 2\ln(x) > 0$ | $3\ln^2(x) - \ln(x) - 2 \leq 0$

$4°$ - احسب $f'(x)$ لكل x من المجال I في الحالات التالية. 3ن

$f(x) = x\ln(x)$ $I =]0,+\infty[$	$f(x) = \ln(x^2+x+1)$ $I = \mathbb{R}$	$f(x) = x - (\ln x)^3$ $I =]0,+\infty[$

$5°$ - احسب النهايات التالية. 4ن

$\lim\limits_{x\to 0^+} x + (\ln x)^2$	$\lim\limits_{x\to+\infty} x - \ln x$	$\lim\limits_{x\to 2^-} \ln\left(\frac{4}{2-x}\right)$	$\lim\limits_{x\to+\infty} 3\ln^2(x) - \ln x$
$\lim\limits_{x\to 0^+} \frac{2+x}{x^3\ln x}$	$\lim\limits_{x\to+\infty} x^2 + \frac{x}{\ln x}$	$\lim\limits_{x\to 0^+} \sqrt[3]{x}\ln(x)$	$\lim\limits_{x\to+\infty} x^3 + \ln(x+1)$

$6°$ - أ - بين أن: $(\forall x\in]-\infty,0[)\quad x + \ln(x^4+1) = x\left(1 + \frac{4\ln(-x)}{x}\right) + \ln\left(1+\frac{1}{x^4}\right)$ 0,5ن

ب - استنتج النهاية: $\lim\limits_{x\to-\infty} x + \ln(x^4+1)$ 0,5ن

Lycée ANISSE	D.S. N° 2	2 B.S.V.T + P.C

التمرين الثاني:

لتكن f الدالة العددية المعرفة بما يلي:

$$f : x \longmapsto \frac{1}{x-1} - 2\sqrt{x-2}$$

و (C_f) منحناها في م.م.م $(O,\vec{i},\vec{j})$.

$1°$ - أ - تحقق أن مجموعة تعريف الدالة f هي: $D = [2,+\infty[$. 0,25ن

ب - بين أن: $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = -\infty$ وأن $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x} = 0$ ، ثم أول هندسيا النتيجة المحصل عليها. 0,75ن

$2°$ - أ - بين أن: $(\forall x\in]2,+\infty[): f(x) - 1 = (x-2)\left[\frac{1}{1-x} - \frac{2}{\sqrt{x-2}}\right]$ 0,5ن

ب - استنتج أن الدالة f غير قابلة للاشتقاق على اليمين في $x_0 = 2$. 0,5ن

$3°$ - أ - بين أن: $(\forall x\in]2,+\infty[): f'(x) = -\left(\frac{1}{(x-1)^2} + \frac{1}{\sqrt{x-2}}\right)$ 0,5ن

ب - اعط جدول تغيرات الدالة f. 0,5ن

$4°$ - أ - بين أن الدالة f تقبل دالة عكسية f^{-1} محددا مجموعة تعريفها. 0,5ن

ب - استنتج أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $[2,+\infty[$. 0,5ن

ج - تحقق من أن: $2 < \alpha < \frac{5}{2}$ وأن: $2(\alpha-1) = \frac{1}{\sqrt{\alpha-2}}$ 0,5ن

$5°$ - أنشئ (C_f) و $(C_{f^{-1}})$ في نفس المعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$. 1ن

$6°$ - بين أن الدالة f^{-1} قابلة للاشتقاق في 0 وأن: 0,5ن

$$(f^{-1})'(0) = \frac{-(\alpha-1)^2}{1+2(\alpha-1)^3}$$