| Lycée ANISSE | D.S. N° 2 | $\frac{1}{2}$ | 2h.30min | 2.B.S.V.T + P.C |
|---|---|---|---|---|

**التمرين الأول :** جميع أسئلة هذا التمرين مستقلة . (12ن)



I - بسط العددين التاليين : (2ن)

$$A = \ln(\sqrt{e}) - 6\ln e^2 + \ln(2e) + \ln\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$B = \ln\left(\sqrt{6}-\sqrt{5}\right)^{2011} + \ln\left(\sqrt{6}+\sqrt{5}\right)^{2011}$$

II - حل في المجموعة $\mathbb{R}$ مايلي : (2,25ن)

| | | |
|---|---|---|
| $\ln(2x) = \ln(x-1)$ | $\ln^2(x) + \ln x - 2 = 0$ | $\ln^2(x) + \ln x - 2 < 0$ |

III - احسب $f'(x)$ لكل $x$ من المجال $I$ في كل حالة من الحالتين التاليتين . (2ن)

| | |
|---|---|
| $f(x) = x + 1 - \ln x$ <br> $I = ]0, +\infty[$ | $f(x) = \ln(\ln x)$ <br> $I = ]1, +\infty[$ |

IV - بين أن النقطة $A(1,0)$ مركز تماثل منحنى الدالة : (1,5ن)

$$f : x \longmapsto \ln\left(\frac{x}{2-x}\right)$$

V - احسب النهايات التالية : (2,5ن)

| | | | |
|---|---|---|---|
| $\lim\limits_{x \to -\infty} \ln\left(\frac{x^2+x+1}{x^2+2}\right)$ | $\lim\limits_{x \to 0^+} \frac{1}{x^3} + \ln x$ | $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{2\ln x + 1}{x^4}$ | $\lim\limits_{x \to 0} \frac{\ln(1+2x)}{x^3}$ |
| $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{\ln x + 2}{\ln^2 x + 3}$ | $\lim\limits_{x \to 0^+} \ln^2 x + \ln x + 3$ | $\lim\limits_{x \to 0^+} \sqrt{x}\ln x$ | $\lim\limits_{x \to -\infty} x + \ln(x^2+1)$ |

VI - لتكن $h$ الدالة العددية المعرفة بمايلي :

$$h : x \longmapsto \sqrt{x} - \sqrt{x^2 - x}$$

1° - حدد $D_h$ مجموعة تعريف الدالة $h$ . (0,5ن)

| Lycée ANISSE | D.S N° 2 | 2/2 | 2h-30min | 2.B.S.V.T + P.C |
|---|---|---|---|---|

٢- تحقق أن : $(\forall x\in]1,+\infty[):\ h(x)-1=(x-1)\left[\frac{1}{\sqrt{x}+1}-\frac{x}{\sqrt{x^2-x}}\right]$ (0,25)

٣- استنتج أن الدالة h غير قابلة للاشتقاق على اليمين في 1، ثم أعط تأويلا هندسيا. (1)

**التمرين الثاني :** (08)

لتكن f الدالة العددية المعرفة كما يلي :

$$f : x \longmapsto \frac{x}{\sqrt{x}-1}$$

١- تحقق من أن $D_f$ مجموعة تعريف الدالة f هي : $D_f=[0,1[\cup]1,+\infty[$ (0,5)

٢- احسب النهايتين : $\lim_{x\to 1^+} f(x)$ و $\lim_{x\to 1^-} f(x)$ ، ثم أول هندسيا . (0,75)

٣- ادرس قابلية اشتقاق الدالة f على اليمين في الصفر، ثم أعط تأويلا هندسيا. (1)

٤- أ- بين أن : $(\forall x\in]0,1[\cup]1,+\infty[):\ f'(x)=\frac{\sqrt{x}-2}{2(\sqrt{x}-1)^2}$ (1)

ب- بين أن الدالة f تناقصية على المجالين $[0,1[$ و $]1,4]$ . و تزايدية على المجال $[4,+\infty[$ . (0,75)

٥- أ- تحقق من أن : $\lim_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ (لاحظ أن : $(\forall x>1):\ f(x)=\frac{\sqrt{x}}{1-\frac{1}{\sqrt{x}}}$ ) (0,25)

ب- ادرس الفرع اللانهائي لمنحنى الدالة f بجوار $+\infty$ . (0,50)

٦- أ- تحقق أن : $(\forall x\in[4,+\infty[):\ f(x)-x=\frac{x(4-x)}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+2)}$ (0,50)

ب- استنتج أن منحنى الدالة f يوجد تحت المستقيم $(\Delta)$ ذو المعادلة $y=x$ على المجال $[4,+\infty[$ (0,25)

ج- مثل في معلم متعامد ممنظم، المستقيم $(\Delta)$ ومنحنى الدالة f . (1)

٧- ليكن g قصور الدالة f على المجال $[4,+\infty[$ .

أ- بين أن الدالة g تقبل دالة عكسية $g^{-1}$ ، محددا مجموعة تعريفها . (0,50)

ب- بين أن الدالة $g^{-1}$ قابلة للاشتقاق في $g(9)$ ثم احسب $(g^{-1})'(g(9))$ (0,50)

ج- مثل في نفس المعلم السابق وبلون مغاير منحنى الدالة $g^{-1}$ . (0,50)