Lycée ANISSE	D.S N° 4	2h	2 B.S.V.T + P.C

التمرين الأول : أسئلة مستقلة . (14ن)

(A) حل في المجموعة $\mathbb{R}$ ما يلي : (4×0,75ن)

$(0,5)^x < 16$	$4^x - 2^{x+1} + 1 = 0$	$2^x = 8$	$5^x \geqslant 125$

(B) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي : $f : x \mapsto x2^x$

1° - احسب النهايتين : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$. (1ن)

2° - أ - بين أن : $f'(x) = (1 + x\ln 2)2^x \quad (\forall x \in \mathbb{R})$ (1ن)

ب - أعط جدول تغيرات الدالة f . (0,5ن)

(C) 1° - حل المعادلة التفاضلية (E) التالية : $(E) : y' = 2y - 4$ (1ن)

2° - حدد الحل f للمعادلة (E) والذي يحقق $f(0) = 1$ (1ن)

(D) احسب التكاملات التالية : (5×0,5ن)

$I = \int_0^1 e^{4x}\,dx$	$J = \int_0^{\pi/4} \sin(2x)\,dx$	$K = \int_e^{\sqrt{e}} \frac{1}{x\ln^2(x)}\,dx$	$L = \int_0^{\sqrt{3}} \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}\,dx$	$M = \int_1^4 \frac{\sqrt{x} - x}{x}\,dx$

(E) نضع : $I = \int_0^{\ln 2} \frac{1}{e^x + 4}\,dx$ و $J = \int_0^{\ln 2} \frac{e^x + 3}{e^x + 4}\,dx$

1° - بين أن : $I + J = \ln 2$ و $J - 3I = \ln(6/5)$ (1,5ن)

2° - استنتج قيمتي I و J (1ن)

(F) باستعمال مكاملة بالأجزاء احسب التكامل التالي : (1,5ن)

$$A = \int_2^{e+1} (2x - 1)\ln(x - 1)\,dx$$

Lycée ANISSE	D.S.N° 4	2h	2B.S.V.T+P.C

التمرين الثاني : 6ن

لتكن f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بما يلي :

$$f : x \longmapsto \frac{e^{2x}}{e^x - 1}$$

و (C) منحناها في معلم متعامد ممنظم $(O, \vec{i}, \vec{j})$ بحيث $\|\vec{i}\| = 1cm$.

1° - احسب النهاية : $\lim_{x \to -\infty} f(x)$ ، ثم أول هندسيا النتيجة المحصل عليها. 0,5ن

2° - بين أن $\lim_{x \to 0^+} f(x) = +\infty$ و $\lim_{x \to 0^-} f(x) = -\infty$ 0,5ن

3° - أ - بين أن $\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$ ("يمكنك وضع $t = e^x$"). 0,5ن

ب - بين أن : $(\forall x \in]0, +\infty[) : \frac{f(x)}{x} = \frac{e^x}{x}\left(\frac{e^x}{e^x - 1}\right)$ 0,5ن

ج - استنتج أن : $\lim_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$ ، ثم حدد طبيعة الفرع اللانهائي لـ (C) بجوار $+\infty$. 0,5ن

4° - أ - بين أن : $(\forall x \in \mathbb{R}^*) \quad f'(x) = \frac{e^{2x}(e^x - 2)}{(e^x - 1)^2}$ 0,5ن

ب - اعط جدول تغيرات الدالة f . 0,5ن

ج - ارسم المنحنى (C) . 0,5ن

5° - لتكن g قصور الدالة f على المجال $I =]-\infty, 0[$.

أ - بين أن g تقبل دالة عكسية g^{-1} معرفة على I . 0,5ن

ب - حدد $g^{-1}(x)$ لكل x من I . 0,5ن

6° - أ - تحقق أن : $(\forall x \in \mathbb{R}^*) : f(x) = e^x + 1 + \frac{e^{-x}}{1 - e^{-x}}$ 0,25ن

ب - احسب مساحة السطح المحصور بين (C) ومحور الأفاصيل والمستقيمين اللذين معادلتاهما على التوالي $x = \ln 2$ و $x = \ln 4$ 0,75ن