فرض محروس رقم 1:

التمرين الأول : جميع أسئلة هذا التمرين مستقلة فيما بينها. (10)

I - احسب النهايات التالية : ($5\times0{,}5$)

$\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{3}} \dfrac{2\cos x-1}{x-\frac{\pi}{3}}$	$\lim\limits_{x\to3} \dfrac{x^2-2x-3}{x+3}$	$\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{2x^3+x+4}{3+x^3}$	$\lim\limits_{x\to0} \dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{x^2}$	$\lim\limits_{x\to0} \dfrac{\sin(3x)}{x}$

II - 1° - بين أن : $(\forall x\in]0,+\infty[):\ \sqrt{x^2+x+1}-x=\dfrac{1+\frac{1}{x}}{\sqrt{1+\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}}+1}$ (1)

2° - استنتج النهاية : $\lim\limits_{x\to+\infty} \sqrt{x^2+x+1}-x$. (1)

III - 1° - حل في المجموعة $\mathbb{R}$ المعادلة : $t^2-6t-16=0$ (1)

2° - استنتج مجموعة حلول المعادلة : $x^6-6x^3-16=0$ (يمكنك وضع $t=x^3$) (0,5)

IV - نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $[-1,+\infty[$ بما يلي :

$$\begin{cases} f(x)=\dfrac{\sqrt[3]{x+1}-1}{x} & ;\ x\geq-1 \text{ و } x\neq0 \\ f(0)=\dfrac{1}{3} \end{cases}$$

1° - تحقق من أن : $(\forall x\in[-1,+\infty[):\ \sqrt[3]{x+1}-1=\dfrac{x}{\sqrt[3]{x+1}^{\,2}+\sqrt[3]{x+1}+1}$ (1)

2° - استنتج أن الدالة f متصلة في $x_0=0$. (1)

V - 1° - رتب تصاعديا الأعداد التالية : $\sqrt[3]{5}$, $\sqrt[5]{3}$, $\sqrt[15]{4}$ (1)

2° - بسط التعبير التالي : (1)

$$A=\frac{2^{1/3}\sqrt{\sqrt{\sqrt{2}}}}{\sqrt[4]{32}\cdot\sqrt{2}}$$

السنة الدراسية : 2011/2012
المستوى : 2BAC SVT/PC
مدة الانجاز : 2H

فرض محروس رقم :1

Anisse
Groupe scolaire

التمرين الثاني : (5ن)

لتكن h الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي:

$$h : x \longmapsto x^3 + x^2 + x - 1$$

1°- بين أن : (1ن)

$$(\forall x \in \mathbb{R}) : \quad h'(x) = (x+1)^2 + 2x^2$$

2°- اعط جدول تغيرات الدالة h. (1ن)

3°- استنتج أن المعادلة $h(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α وأن $\frac{1}{2} < \alpha < 1$. (1ن)

4°- باستعمال طريقة التفرع الثنائي، اعط تأطيرا لـ α سعته $0,125$. (1ن)

5°- حدد إشارة $h(x)$ عندما يتغير x على $\mathbb{R}$. (1ن)

التمرين الثالث : (5ن)

لتكن f الدالة العددية المعرفة على المجال $I = [1,+\infty[$ بما يلي:

$$f : x \longmapsto x\sqrt{x^2-1}$$

1°- بين أن الدالة f متصلة على المجال I. (0,5ن)

2°- ادرس قابلية اشتقاق الدالة f على اليمين في 1، ثم أول هندسيا النتيجة المحصل عليها. (1ن)

3°- أ- بين أن الدالة f قابلة للاشتقاق على المجال $]1,+\infty[$ وأن: (1ن)

$$(\forall x > 1) : \quad f'(x) = \frac{2x^2-1}{\sqrt{x^2-1}}$$

ب- استنتج أن الدالة f تزايدية قطعا على المجال I. (0,5ن)

4°- أ- تحقق من أن الدالة f تقبل دالة عكسية f^{-1} معرفة على مجال J يتم تحديده. (0,5ن)

ب- بين أن الدالة f^{-1} قابلة للاشتقاق في $\sqrt{2}$ وحدد $(f^{-1})'(\sqrt{2})$. (0,5ن)

ج- تحقق من أن : (0,25ن)

$$(\forall y \in I) : \quad f(y) = \sqrt{\left(y^2 - \tfrac{1}{2}\right)^2 - \tfrac{1}{4}}$$

د- استنتج تعبير $f^{-1}(x)$ لكل x من J. (0,75ن)