مادة: الرياضيات	امتحان تجريبي ماي 2012	المدة:	3 س
المعامل: 7	الشعبة: شعبة العلوم التجريبية بمسالكها	الصفحة	1/3

الموضوع

التمرين الأول: (1.5ن)

1) أ- تحقق أن لكل x من $\mathbb{R}^+$: $\frac{x^3}{x+1}=x^2-x+1-\frac{1}{x+1}$	0.25
ب- استنتج أن : $\int_0^1 \frac{x^3}{x+1}dx=\frac{5}{6}-\ln 2$	0.5
2) باستعمال مكاملة بالأجزاء أحسب التكامل : $\int_0^1 x^2 \ln(1+x)dx$	0.75

التمرين الثاني: (3ن)

نعتبر في الفضاء المنسوب الى معلم متعامد ممنظم مباشر $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ النقط : $A(1,0,1)$ و $B(0,-4,4)$ و $C(3,-4,5)$ و الفلكة (S) التي معادلتها الديكارتية : $x^2+y^2+z^2-4x+4y-6z+8=0$

1) أ- بين أن مركز الفلكة (S) هي النقطة $\Omega(2;-2;3)$ و شعاعها هو 3 .	0.5
ب- تحقق أن النقطة A تنتمي الى (S) ثم أكتب معادلة المستوى (P) المماس للفلكة (S) في A .	0.75
2) أ- بين أن : $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}=-4\vec{i}+10\vec{j}+12\vec{k}$.	0.5
ب- استنتج أن: $2x-5y-6z+4=0$ هي معادلة ديكارتية للمستوى (ABC) .	0.25
ج- بين أن المستوى (ABC) يقطع الفلكة (S) وفق دائرة (C) يتم تحديد مركزها و شعاعها.	0.5
3) أ- أحسب $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CB}$ و استنتج طبيعة المثلث ABC .	0.25
ب- بين أن (C) هي الدائرة المحيطة بالمثلث ABC .	0.25

التمرين الثالث: (3ن)

المستوى العقدي منسوب الى معلم متعامد ممنظم مباشر $\left(O,\vec{u},\vec{v}\right)$.

1) حل في مجموعة الأعداد العقدية $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2-4z+13=0$	0.5
2) نعتبر النقط A و B و E التي ألحاقها على التوالي : $a=2+3i$ و $b=2-3i$ و $e=1$	
أ- بين أن : $EA=EB$	0.25
ب - ليكن c لحق النقطة C صورة A بالازاحة التي لحق متجهتها $-4-2i$. بين أن: $c=-2+i$	0.25
ج- بين أن : $\frac{c-e}{b-e}=e^{i\frac{\pi}{2}}$ ثم استنتج طبيعة المثلث AEC .	0.5

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية

Groupe scolaire Inisse

مادة: الرياضيات	امتحان تجريبي ماي 2012	المدة:	3 س

المعامل:	7	الشعبة:	شعبة العلوم التجريبية بمسالكها	الصفحة	2/3

الموضوع

3) ليكن R الدوران الذي مركزه E و زاويته $-\frac{\pi}{2}$

0.25 أ- بين أن : $R(C)=A$

0.5 ب- بين أن لحق النقطة D صورة النقطة B بالدوران R هو $d=\bar{c}$ ($\bar{c}$ هو مرافق c).

0.25 ج- استنتج مما سبق أن النقط A و B و C و D تنتمي الى دائرة مركزها النقطة E .

0.5 د- بين أن المستقيم (AD) هو ارتفاع في المثلث ABC.

التمرين الرابع: (3ن)

يحتوي صندوق على أربع كرات بيضاء و ثلاث كرات سوداء. **(لا يمكن التمييز بين الكرات باللمس)**

1) نسحب عشوائيا وتآنيا ثلاث كرات من هذا الصندوق ونعتبر الحدثين التاليين:

A : << الحصول على كرات لها نفس اللون >> .

B : << الحصول على الأقل على كرة واحدة بيضاء >> .

0.5 أ- أحسب احتمالي A و B.

0.5 ب-بين أن احتمال الحدث A علما أن الحدث B محقق يساوي $\frac{2}{17}$. هل A و B مستقلان؟ .

2) نسحب الآن كرة واحدة من الصندوق . اذا كانت بيضاء نضعها جانبا ثم نسحب كرة ثانية واذا كانت سوداء نعيدها الى الصندوق ثم نسحب كرة ثانية .

وليكن X المتغير العشوائي الذي يربط كل سحبة لكرتين بعدد الكرات السوداء المتبقية في الصندوق .

0.5 أ- حدد القيم التي يمكن أن يأخذها X . (يمكن استعمال شجرة الاختبارات).

0.5 ب- بين أن: $P(X=2)=\frac{26}{49}$

1 ج- حدد قانون احتمال X.

التمرين الخامس: (9.5ن)

I) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $I=]0;+\infty[$ بما يلي: $g(x)=\ln x-x-1$.

0.75 1) تحقق أن: $g'(x)=\frac{1-x}{x}$ لكل x من I ثم استنتج رتابة g على كل من المجالين $[1;+\infty[$ و $]0;1]$.

مادة: الرياضيات	امتحان تجريبي ماي 2012	المدة:	3 س
المعامل: 7	الشعبة: شعبة العلوم التجريبية بمسالكها	الصفحة	3/3

الموضوع

2) استنتج أن $g(x)<0$ لكل x من I .	0.5
II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال I بما يلي: $f(x)=\frac{(x-1)\ln x}{x+1}+1$	
وليكن (C_f) منحناها الممثل في معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$.	
1) أ- أحسب $\lim\limits_{\substack{x\to0\\x>0}} f(x)$ ثم أول هندسيا النتيجة المحصل عليها.	0.5
ب- بين أن $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ و أن (C_f) يقبل فرعا شلجميا في اتجاه محور الأفاصيل بجوار $+\infty$.	0.5
(لاحظ أن: $f(x)=\left(\frac{x-1}{x+1}\right)\ln x+1$) .	
2) أ- بين أن: $(\forall x\in I):\quad f'(x)=\frac{1}{(x+1)^2}\left(2\ln x+\frac{x^2-1}{x}\right)$.	1
ب- بين أن f تزايدية على المجال $[1;+\infty[$ وتناقصية على المجال $]0;1]$ ثم ضع جدول تغيرات الدالة f على المجال I .	0.5
3) أ- بين أن لكل x من I : $f(x)-x=g(x)\times\frac{x-1}{x+1}$	1
ب- استنتج أن لكل x من $[1;+\infty[$: $f(x)\le x$	0.5
ج- أنشئ المنحنى (C_f) .	1
III) نعتبر المتتالية العددية $(U_n)_{n\ge0}$ المعرفة بما يلي: $U_0=e$ و $(\forall n\in\mathbb{N}):\quad U_{n+1}=f(U_n)$	
1) بين أن لكل n من $\mathbb{N}$: $U_n>1$	1
2) بين أن المتتالية $(U_n)_{n\ge0}$ تناقصية و استنتج أنها متقاربة.	1
3) أحسب نهاية المتتالية $(U_n)_{n\ge0}$.	1