ثانوية أنسبب الحرة	امتحان التجريبي الثاني في مادة الرياضيات	المستوى: الثاني
		الشعبة: ع-ح-أ + ع ف
		المعامل: 7
$\frac{1}{3}$		مدة الإنجاز: 3 ساعات

التمرين الأول: (3,5 ن)

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم ومباشر $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ النقط $A(4,1,-6)$ و $B(6,5,-3)$ و $C(8,4,-5)$ و $D(6,4,-1)$

(0,75 ن) 1° - أ - حدد مثلوث إحداثيات المتجهة $\vec{AB}\wedge\vec{AC}$.

(0,75 ن) ب - استنتج أن النقط A و B و C تحدد مستوى، معادلته ديكارتية له هي: $(ABC): x-2y+2z+10=0$

2° - لتكن (S) الفلكة التي مركزها D وتقطع المستوى (ABC) وفق دائرة (Γ) شعاعها $r=\sqrt{5}$.

(1 ن) أ - بين أن شعاع الفلكة (S) هو $R=3$ ؛ ثم أعط معادلة ديكارتية لها.

(1 ن) ب - حدد النقطة H مركز الدائرة (Γ) .

التمرين الثاني:

(0,75 ن) I - حل في المجموعة $\mathbb{C}$ المعادلة: $z^2-8z+32=0$

II - نعتبر في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم ومباشر $(O,\vec{u},\vec{v})$ النقط A و B و C التي ألحاقها على التوالي: $a=-3i$ و $b=7-7i$ و $c=4+4i$

(0,5 ن) 1° - أ - مثل النقط A و B و C .

(0,75 ن) ب - تحقق من أن النقطة C هي صورة النقطة B بالدوران الذي مركزه A وزاويته $\frac{\pi}{2}$.

(0,5 ن) ج - استنتج طبيعة المثلث ABC .

2- لتكن النقطة D ذات اللحق $d = 4\sqrt{2}\, e^{i\frac{7\pi}{12}}$.

(0,75) أ - اعط شكلا أسيا للعدد c ثم استنتج أن D هي صورة النقطة C بالدوران الذي مركزه O وزاويته $\frac{\pi}{3}$.

(0,5) ب - استنتج أن : $d = 2(1-\sqrt{3}) + 2i(1+\sqrt{3})$.

(0,5) ج - استنتج قيمة كل من $\cos\left(\frac{7\pi}{12}\right)$ و $\sin\left(\frac{7\pi}{12}\right)$.

(2,75) **التمرين الثالث :** نعتبر المتتالية العددية $(I_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ المعرفة كما يلي :

$$(\forall n\in\mathbb{N}^*) : \quad I_n = \int_{-1}^{0} \frac{e^{2nt}}{1+e^{2t}}\, dt$$

(0,5) 1- بين أن : $I_n \geq 0$ $(\forall n\in\mathbb{N}^*)$:

(0,75) 2- بين أن المتتالية $(I_n)_{n\in\mathbb{N}}$ تناقصية ، ثم استنتج أنها متقاربة.

3- أ - ليكن $n\in\mathbb{N}^*$.

(0,75) تحقق من أن : $\int_{-1}^{0} e^{2nt}\, dt = \frac{1}{2n}(1-e^{-2n})$ ثم استنتج أن : $\int_{-1}^{0} e^{2nt}\, dt < \frac{1}{2n}$

(0,50) ب - بين أن : $I_n \leq \frac{1}{2n}$ $(\forall n\in\mathbb{N}^*)$

(0,25) ثم استنتج نهاية $(I_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$.

(9,5) **مسألة :** لتكن الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}^*$ كما يلي :

$$f : x \longmapsto \left(\frac{x+2}{x}\right) e^{-\frac{x}{2}}$$

و $(\mathcal{C}_f)$ منحناها في معلم متعامد ممنظم $(O, \vec{i}, \vec{j})$ حيث $\|\vec{i}\| = 2\,cm$.

1° - احسب نهايات الدالة f عند محدات مجموعة تعريفها. (01)

2° - أ - بين أن : $(\forall x \in \mathbb{R}^*) : \quad f'(x) = -\frac{x^2+2x+4}{2x^2} e^{-\frac{x}{2}}$ (0,75)

ب - استنتج أن الدالة f تناقصية قطعا على كل من المجالين $]-\infty,0[$ و $]0,+\infty[$. (0,50)

3° - أ - بين أن : $(\forall x \in \mathbb{R}^*) : \quad f''(x) = \frac{(x+2)(x^2+8)}{4x^3} e^{-\frac{x}{2}}$ (0,75)

ب - استنتج أن (C) يقبل نقطة انعطاف وحيدة يتم تحديدها. (0,50)

ج - ادرس الفروع اللانهائية لـ (C). (0,75)

د - أنشئ (C). (0,75)

4° - نعتبر المعادلتين التفاضليتين: $(E): \quad y'' - \frac{1}{4} y = \frac{2x+4}{x^3} e^{-\frac{x}{2}}$

و $(F): \quad y'' - \frac{1}{4} y = 0$

أ - تحقق من أن الدالة f حلا للمعادلة (E). (0,50)

ب - بين أن : $(g-f)$ حلا للمعادلة $(F) \iff g$ حلا للمعادلة (E) (0,50)

ج - حل المعادلة التفاضلية (F). (0,75)

د - استنتج حلول المعادلة التفاضلية (E). (0,50)

5° - لتكن F الدالة العددية المعرفة على $]0,+\infty[$ بما يلي :

$$F : x \longmapsto -\left(\frac{x+4}{x}\right) e^{-x}$$

أ - تحقق من أن الدالة F دالة أصلية للدالة f^2 على $]0,+\infty[$ (0,75)

ب - ليكن α عددا حقيقيا بحيث $\alpha > 1$ (01)

بين أن الحجم المولد بدوران (C) دورة كاملة حول محور الأفاصيل على المجال $[1,\alpha]$ هو : $V(\alpha) = 8\pi\left(-\frac{\alpha+4}{\alpha} e^{-\alpha} + 5e^{-1}\right) cm^3$

ج - احسب $\lim_{\alpha \to +\infty} V(\alpha)$. (0,50)