ثانوية ابن سينا الخصوصية	الامتحان التجريبي الأول (فبراير 2016)	الشعبة: ع-ح-أ-ع+ف	
		المعامل: 7 — مدة الإنجاز: 3 ساعات	$\frac{1}{4}$

التمرين الأول: (2ن)

1° - حل في IR المعادلة: $3x^2-19x+28=0$ (0,5ن)

2° - استنتج حلول المعادلتين التاليتين:

أ - $3\ln^2(x)-19\ln(x)+28=0$ (0,75ن)

ب - $\ln(1+x)-\ln(6x-19)=\ln(x-3)$ (0,75ن)

التمرين الثاني: (4,5ن)

لتكن (U_n) المتتالية العددية المعرفة بما يلي:

$$\begin{cases} U_0=0 \\ U_{n+1}=\dfrac{1}{3U_n-2} \ ;\ n\in\mathbb{N} \end{cases}$$

1° - بين بالترجع أن: $-1<U_n<\frac{1}{5}$: $(\forall n\in\mathbb{N})$ (1ن)

2° - أ - بين أن: $\left|U_{n+1}+\frac{1}{3}\right|\leq\frac{5}{7}\left|U_n+\frac{1}{3}\right|$: $(\forall n\in\mathbb{N})$ (0,5ن)

ب - استنتج أن: $\left|U_n+\frac{1}{3}\right|\leq\frac{1}{3}\left(\frac{5}{7}\right)^n$: $(\forall n\in\mathbb{N})$ (0,25ن)

ج - حدد نهاية المتتالية (U_n). (0,25ن)

3° - لتكن (v_n) المتتالية العددية المعرفة بما يلي:

$$v_n=\frac{U_n-1}{U_n+\frac{1}{3}}$$

أ - بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها -3 وحدها الأول -3. (1ن)

ب - حدد v_n بدلالة n واستنتج أن: $U_n = \frac{(-3)^n - 1}{(-3)^{n+1} - 1}$ لكل n من $\mathbb{N}$ — 1ن

ج - استنتج من جديد نهاية المتتالية (U_n). — 0,50ن

التمرين الثالث: — 4ن

1° - نعتبر في مجموعة الأعداد العقدية $\mathbb{C}$ المعادلة:

$$(E):\ z^2 - 2(\sqrt{2}+2)z + 4(\sqrt{2}+2) = 0$$

أ - بين أن مميز المعادلة (E) هو $\Delta = -8$ — 0,25ن

ب - حل في المجموعة $\mathbb{C}$ المعادلة (E) — 0,5ن

2° - نعتبر في المستوى العقدي P المنسوب إلى م.م.م.م $(O,\vec{u},\vec{v})$ النقط A و B و C و D التي ألحاقها على التوالي:

$a = \sqrt{2}+\sqrt{2}i$ ، $b = \sqrt{2}-\sqrt{2}i$ ، و $c = 2$ ، و $d = 2+\sqrt{2}+\sqrt{2}i$

أ - اعط شكلا مثلثيا لكل من a و b — 0,5ن

ب - استنتج أن $\frac{a}{b} = e^{i\pi/2}$ ثم حدد طبيعة المثلث OAB. — 0,75ن

ج - تحقق من أن D هي صورة النقطة A بالإزاحة ذات المتجهة $\vec{OC}$ — 0,5ن

د - مثل في المستوى P النقط A و D و C. ثم بين أن الرباعي $OADC$ معين. — 1ن

هـ - استنتج أن: $\arg(d) \equiv \frac{\pi}{8}\,[2\pi]$. — 0,5ن

التمرين الرابع : I - نعتبر الدالة العددية g المعرفة على المجال $]0,+\infty[$ بما يلي : $g(x)=x^2+3-2\ln(x)$	0,5
1° - بين أن : $(\forall x>0) : g'(x)=\frac{2(x+1)(x-1)}{x}$	0,5
2° - استنتج تغيرات الدالة g.	0,5
3° - استنتج أن : $g(x)>0$; $(\forall x>0)$	0,5
II - لتكن f الدالة العددية المعرفة على المجال $]0,+\infty[$ بما يلي : $f(x)=\frac{x^2-1}{2x}+\frac{\ln x}{x}$ وليكن (C) منحناها في م.م.م $(O,\vec{i},\vec{j})$.	
1° - احسب النهايتين : $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.	1ن
2° - أ - بين أن الدالة f قابلة للاشتقاق على المجال $]0,+\infty[$ وأن : $f'(x)=\frac{g(x)}{2x^2}$	1ن
ب - اعط جدول تغيرات الدالة f	1ن
3° - أ - بين أن المستقيم (D) الذي معادلته $y=\frac{1}{2}x$ مقارب مائل لـ (C)	1ن
ب - ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C) والمستقيم (D).	1ن

ج - اعط معادلة ديكارتية للمستقيم (T) مماس المنحنى (C) عند النقطة التي أفصولها 1. — 0,5

د - أنشئ المنحنى (C). — 1

4 - أ - بين أن الدالة f تقبل دالة عكسية f^{-1} معرفة على مجال J وجب تحديده. — 0,5

ب - احسب كلا من $f^{-1}(0)$ و $(f^{-1})'(0)$. — 0,5

ج - حدد نهاية المتتالية (w_n) المعرفة بما يلي: — 0,5

$$(\forall n \in \mathbb{N}^*) : w_n = f^{-1}\left(\frac{1}{n}\right)$$