

تمرين (1) (6,5 ن)

نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n \geq 0}$ المتعينة بما يلي $u_0 = 3$ ولكل $n \in \mathbb{N}$: $u_{n+1} = \frac{1}{3}u_n + 6$

1 أ- برهن أن لكل $n \in \mathbb{N}$: $u_n < 9$

ب- بين أن لكل $n \in \mathbb{N}$: $u_{n+1} - u_n = \frac{2}{3}(9 - u_n)$ واستنتج رتبة المتتالية $(u_n)_{n \geq 0}$

ج- بين أن المتتالية $(u_n)_{n \geq 0}$ متقاربة.

2 نضع لكل $n \in \mathbb{N}$: $v_n = u_n - 9$

أ- بين أن المتتالية $(v_n)_{n \geq 0}$ هندسية أساسها $\frac{1}{3}$ وحددا حدتها الأول.

ب- اكتب v_n بدلالة n .

د- بين أن لكل $n \in \mathbb{N}$: $u_n = 9 - 6 \times (\frac{1}{3})^n$ ثم احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

هـ- حددا فرع عدد صحيح طبيعي p بحيث يكون : $9 - u_n < 10^{-4}$

تمرين (2) (6 ن)

1 أ- بين أن لكل $x \in \mathbb{R}$: $(x-1)(x-2)(2x+1) = 2x^3 - 5x^2 + x + 2$

ب- حد في \mathbb{R} المعادلتين :

$$2e^{3x} - 5e^{2x} + e^x + 2 = 0$$

$$2(\ln x)^3 - 5(\ln x)^2 + \ln x + 2 = 0$$

3 حد في \mathbb{R} المتراجحة : $(e^x - 1)(e^x - 2)(2e^x + 1) \geq 0$

تمرين (3) (7,5 ن)

لتكن f الدالة العددية المتعينة على \mathbb{R} بما يلي : $f(x) = -1 + xe^x$ وليكن (c)

منحنىها الممثل في معلم متعامد منظم (O, \vec{x}, \vec{y}) .

1 أ- احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ثم أول هندسيا النتيجة المحصل عليها.

ب- احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$ واستنتج أن المنحنى (c) يقبل بجوار $+\infty$

فرعا شلجيميا محددآ اتجاهه.

2 أ- بين أن لكل $x \in \mathbb{R}$: $f'(x) = (x+1)e^x$

ب- بين أن الدالة f تزايدية على $[-1, +\infty[$ وتناقصية على $]-\infty, -1]$ ثم ضع

جدول تخبيراتها على \mathbb{R} .

3 أ- بين أن $y = x - 1$ معادلة المماس للمنحنى (c) في النقطة ذات الأضداد 0

ب- بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيداً α في المجال $]0, 1[$

د- أنشئ المنحنى (c).