التمرين الأول: أسئلة مستقلة (4ن)

0,5 ① حل في $\mathbb{R}$ المعادلة: $(e^x-3)(\ln x-2)=0$

1 ② باستعمال مكاملة بالأجزاء، احسب التكامل: $I=\int_1^e x\ln x\,dx$

③ A و B حدثان من Ω لتجربة عشوائية بحيث: $p(A)=0,2$ و $p(B)=0,6$

0,5 أ- احسب احتمال الحدث (A أو B) علما أن الحدثين A و B غير متسحيين.

0,5 ب- احسب احتمال الحدث (A و B) علما أن الحدثين A و B مستقلان.

④ E و F حدثان من Ω لتجربة عشوائية بحيث:

$p(E)=\frac{1}{2}$ و $p(F)=\frac{1}{3}$ و $p(E\cup F)=\frac{2}{3}$

1 أ- احسب $p(E\cap F)$ و $p_E(F)$

0,5 ب- هل الحدثان E و F مستقلان.

التمرين الثاني: (6ن)

يحتوي صندوق على ست كرات بيضاء وأربع كرات سوداء، لا يمكن التمييز بين الكرات باللمس.

نسحب عشوائيا وتآنيا ثلاث كرات من هذا الصندوق.

1) احسب احتمال كل حدث من الأحداث التالية:

1 A « الحصول على ثلاث كرات لها نفس اللون »

1 B « الحصول على كرتين من لون وكرة من لون آخر »

1 C « الحصول على الأقل على كرة واحدة بيضاء »

2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يربط كل سحبة بعدد الكرات البيضاء المسحوبة من الصندوق.

0,5 أ- بين أن القيم التي يمكن أن يأخذها X هي 0; 1; 2; 3.

2 ب- حدد قانون احتمال X.

0,5 ج- احسب الأمل الرياضي لـ X.

التمرين الثالث:

I) نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي $g(x)=e^x-1-x$

1 1) أ- احسب $\lim_{x\to+\infty} g(x)$ و $\lim_{x\to-\infty} g(x)$

1 ب- أنجز جدول تغيرات الدالة g

0,5 2) بين أن: $(\forall x\in\mathbb{R})\quad g(x)\geq 0$

II) لتكن f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي $\begin{cases} f(x)=\frac{xe^x}{e^x-1} & ; x\neq 0 \\ f(0)=1. \end{cases}$ ولتكن (C) المنحنى الممثل للدالة f في م م م (الوحدة cm)

1 1) أ- بين أن الدالة f متصلة في الصفر (نذكر أن $\lim_{t\to 0}\frac{e^t}{t-1}=1$)

1 ب- تحقق أن $\lim_{x\to-\infty} f(x)=0$ وأول مبيانيا هذه النتيجة.

1 2) أ- تحقق أن لكل x من $\mathbb{R}^*$: $f(x)=\frac{x}{1-1/e^x}$ ثم احسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$

1 ب- بين أن لكل x من $\mathbb{R}^*$ $f(x)-x=\frac{1}{\frac{e^x}{x}-\frac{1}{x}}$ ثم استنتج أن المستقيم (Δ) الذي معادلته $y=x$ مقارب للمنحنى (C) بجوار $+\infty$.

1 3) أ- بين أن لكل x من $\mathbb{R}^*$: $f'(x)=\frac{e^x g(x)}{(e^x-1)^2}$

1 ب- استنتج أن الدالة f تزايدية على $\mathbb{R}$ ثم ضع جدول تغيراتها.

0,5 ج- تقبل أن: $f'(0)=\frac{1}{2}$، اكتب معادلة المماس (T) في النقطة التي أفصولها 0.

1 د- أنشئ المنحنى (C).

www.9alami.info