

الأولى بكالوريا علوم تجريبية	عموميات حول الدوال العددية	الأستاذ : الحيان
<p>تمرين 1 : نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة بما يلي :</p> $f(x) = \frac{x^2 - 3}{x^2 + 1}$ <p>1. حدد D_f حيز تعريف الدالة f .</p> <p>2. تحقق من أن : $f(x) = 1 - \frac{4}{x^2 + 1}$.</p> <p>3. أثبت أن f محدودة بواسطة العددين 3 و 1 .</p> <p>تمرين 2 : نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة بما يلي :</p> $f(x) = x + \frac{4}{x}$ <p>1. حدد D_f حيز تعريف الدالة f , وتحقق أن f دالة فردية .</p> <p>2. أ. بين أن لكل عددين مختلفين a و b من D_f لدينا :</p> $\frac{f(a) - f(b)}{a - b} = \frac{ab - 4}{ab}$ <p>ب. استنتج رتبة f على كل من المجالين $]0, 2]$ و $]2, +\infty[$.</p> <p>3. ضع جدول تغيرات f على D_f .</p> <p>تمرين 3 : نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة بما يلي :</p> $f(x) = \frac{1 - 2x}{x^2}$ <p>1. حدد D_f حيز تعريف الدالة f .</p> <p>2. بين أن الدالة f مصغورة بالعدد -1 .</p> <p>3. أ. تحقق من أنه لكل عددين مختلفين a و b من D_f لدينا :</p> $\frac{f(a) - f(b)}{a - b} = \frac{a(b-1) + b(a-1)}{a^2 b^2}$ <p>ب. استنتج رتبة الدالة f على كل من المجالين $]0, 1[$ و $]1, +\infty[$.</p> <p>ج. أعط جدول تغيرات الدالة f على D_f .</p> <p>تمرين 4 : نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة بما يلي :</p> $f(x) = \frac{x^2 + 3}{ x + 1}$ <p>1. بين أن f دالة زوجية .</p> <p>2. بين أن : $\forall x \in \mathbb{R}^+ : f(x) \geq 2$.</p> <p>3. وأستنتج أن : $\forall x \in \mathbb{R} : f(x) \geq 2$.</p> <p>أ. تحقق من أن لكل عددين حقيقيين موجبين و مختلفين a و b لدينا :</p> $\frac{f(a) - f(b)}{a - b} = \frac{ab + a + b - 3}{(a+1)(b+1)}$ <p>ب. أعط تغيرات f على كل من المجالين $]0, 1[$ و $]1, +\infty[$.</p> <p>ج. استنتج تغيرات الدالة f على كل من المجالين $[-1, 0]$ و $]-\infty, -1]$.</p>	<p>د. أعط جدول تغيرات الدالة f على حيز تعريفها .</p> <p>تمرين 5 : لتكن f و g الدالتين العدديتين المعرفتين كما يلي : $f(x) = (x+1)^2$ و $g(x) = \frac{x}{2x+4}$</p> <p>1. أ. أعط جدول تغيرات كل من الدالتين f و g .</p> <p>ب. أرسم المنحنى الممثل للدالة f في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم (O, \vec{i}, \vec{j}) .</p> <p>ج. استنتج مبيانيا : $f(]-1, +\infty[)$ و $f(]-\infty, -1])$.</p> <p>2. نضع : $\forall x \in \mathbb{R} : h(x) = (g \circ f)(x)$.</p> <p>أ. بين أن : $\forall x \in \mathbb{R} : h(x) = \frac{x^2 + 2x + 1}{2x^2 + 4x + 6}$.</p> <p>ب. حدد رتبة الدالة h على كل من المجالين $]-\infty, -1]$ و $]-1, +\infty[$.</p> <p>ج. بين أن : $\forall x \in \mathbb{R} : 0 \leq h(x) < \frac{1}{2}$.</p> <p>تمرين 6 : نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة بما يلي :</p> $f(x) = \frac{\sqrt{1+x^2} - 1}{x^2}; x \neq 0$ $f(0) = \frac{1}{2}$ <p>1. بين أن : $\forall x \in \mathbb{R} : f(x) = \frac{1}{\sqrt{1+x^2} + 1}$.</p> <p>2. استنتج قيمة : $\text{Max}_{x \in \mathbb{R}} f(x)$.</p> <p>تمرين 7 : لتكن f و g الدالتين العدديتين المعرفتين كالآتي : $f(x) = \frac{x+4}{x+2}$ و $g(x) = \sqrt{x+4}$.</p> <p>1. حدد D_g و D_f .</p> <p>2. حدد نقط تقاطع كل من المنحنيين (C_g) و (C_f) مع محوري المعلم (O, \vec{i}, \vec{j}) .</p> <p>3. أنشئ (C_g) و (C_f) في نفس المعلم .</p> <p>4. حل مبيانيا ، في \mathbb{R} ، المتراجحة التالية :</p> $\frac{x+4}{x+2} \leq \sqrt{x+4}$ <p>تمرين 8 : نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة بما يلي :</p> $f(x) = \frac{x^2}{1+x^2}$ <p>1. بين أن f دالة زوجية .</p> <p>2. أ. تحقق أن f مكبورة بالعدد 1 .</p> <p>ب. بين أن f تقبل قيمة دنيا مطلقة عند العدد 0 .</p> <p>3. أ. أدرس رتبة الدالة f على \mathbb{R}^+ .</p> <p>ب. استنتج رتبة f على \mathbb{R}^- .</p>	

4. بين أن : $f(\mathbb{R}) = [0, 1[$

تمرين 9 : لتكن f و g الدالتين العدديتين المعرفتين

$$g(x) = \frac{x}{x-4} \text{ و } f(x) = \frac{-8}{x+3}$$

1. حدد $D_{g \circ f}$: حيز تعريف الدالة $g \circ f$.

2. أحسب $g \circ f(x)$ لكل x من $D_{g \circ f}$.

3. حدد $D_{f \circ g}$: حيز تعريف الدالة $f \circ g$ ؛ ثم أحسب

$$f \circ g(x)$$

تمرين 10 : نعتبر f و g الدالتين العدديتين المعرفتين

$$g(x) = \frac{x-3}{x+3} \text{ و } f(x) = \sqrt{x+2}$$

1. حدد D_g و D_f .

2. أ. مثل في نفس المعلم المتعامد الممنظم (O, \vec{i}, \vec{j})

الدالتين f و g .

ب. استنتج مبيانيا مجموعة حلول المعادلة :

$$x \in \mathbb{R} : x(1 - \sqrt{x+2}) = 3(1 + \sqrt{x+2})$$

3. لتكن h الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة

على المجال $[-2, +\infty[$ بما يلي :

$$h(x) = \frac{\sqrt{x+2} - 3}{\sqrt{x+2} + 3}$$

أ. بين أن الدالة h مكبورة بالعدد 1 وأن العدد -1

قيمة دنيا للدالة h .

ب. أثبت بدون اللجوء إلى حساب معدل التغير أن h

تزايدية على المجال $[-2, +\infty[$.

تمرين 11 :

1. قارن الدالتين العدديتين f و g المعرفتين بما يلي :

$$g(x) = \frac{1-4x}{1-2x} \text{ و } f(x) = \frac{1-2x}{1+4x}$$

2. استنتج أكبر العددين :

$$A = \frac{1,0000002}{1,0000004} \text{ و } B = \frac{0,9999996}{0,9999998}$$

تمرين 12 : لتكن f و g الدالتين العدديتين المعرفتين

$$g(x) = -x^3 \text{ و } f(x) = \sqrt{x+1}$$

1. أنشئ (C_f) و (C_g) في نفس المعلم.

2. بين أن المعادلة $\sqrt{x+1} + x^3 = 0$ تقبل حلا وحيدا β

$$\text{حيث : } \frac{-7}{8} < \beta < \frac{-3}{4}$$

3. حل في المجال $[-1, +\infty[$ ، المتراجحة التالية :

$$\sqrt{x+1} + x^3 \geq 0$$

تمرين 13 :

نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي

المعرفة بما يلي :

$$f(x) = \frac{\sqrt{|x|} - 2}{\sqrt{|x|} + 2}$$

1. حدد D_f حيز تعريف الدالة f وتحقق من أن f دالة زوجية .

2. نعتبر الدالتين العدديتين u و v المعرفتين كالآتي :

$$x \in \mathbb{R}^+ : u(x) = \sqrt{x} \text{ و } v(x) = \frac{x-2}{x+2}$$

أ. تحقق من أن : $f(x) = (v \circ u)(x)$: $\forall x \in \mathbb{R}^+$

ب. حدد تغيرات كل من u و v ثم استنتج تغيرات الدالة f على \mathbb{R}^+ .

ج. استنتج تغيرات f على \mathbb{R}^- .

3. بين أن : $\forall x \in \mathbb{R} : -1 \leq f(x) < 1$

تمرين 14 : نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي

$$f(x) = \frac{|x|}{x^3 + x} \text{ المعرفة بما يلي : } x$$

1. بين أن f دالة فردية .

2. بين أن f تناقصية قطعاً على المجال $]0, +\infty[$ ، ثم

استنتج تغيراتها على المجال $] -\infty, 0[$.

3. بين أن : $\forall x \in]0, +\infty[: 0 < f(x) < 1$

$$4. \text{ نضع : } \forall x \in]0, +\infty[: g(x) = \frac{x^4 + 2x^2 + 1}{x^4 + 2x^2 + 2}$$

أدرس تغيرات الدالة g على المجال $]0, +\infty[$.

(لاحظ $g = f \circ f$)

تمرين 15* : نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي

$$f(x) = \frac{x}{x^2 + x + 1} \text{ المعرفة بما يلي : } x$$

1. أ. ليكن x و y عنصرين مختلفين من \mathbb{R} . بين أن :

$$\frac{f(x) - f(y)}{x - y} = \frac{1 - xy}{(x^2 + x + 1)(y^2 + y + 1)}$$

ب. استنتج تغيرات الدالة f على كل من المجالات :

$$[1, +\infty[\text{ و } [-1, 1] \text{ و }]-\infty, 1]$$

2. بين أن الدالة f محدودة بالعددين -1 و $\frac{1}{3}$.

3. لتكن g الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة

$$\text{بما يلي : } g(x) = \sqrt{x+1}$$

أ. أنشئ المنحنى (C_g) في معلم متعامد ممنظم

$$(O, \vec{i}, \vec{j})$$

ب. حل مبيانيا المتراجحة : $(x+1)\sqrt{x+1} \leq 1$: (E)

ج. تحقق من أنه إذا كان $a > 1$ ؛ فإن $\frac{-1}{\sqrt{a}}$ حل

للمتراجحة (E) .

د. استنتج أن : $\forall a > 1: \sqrt{\frac{\sqrt{a}-1}{\sqrt{a}}} < \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}-1}$

4. نعتبر الدالة العددية h للمتغير الحقيقي x المعرفة

بما يلي : $h(x) = \sqrt{\frac{x^2+2x+1}{x^2+x+1}}$

أ. حدد D_h حيز تعريف الدالة h .

ب. تحقق من أن : $f(\mathbb{R}) \subset D_g$ وأن : $h = g \circ f$.

ج. باستعمال تغيرات الدالتين f و g ، أدرس تغيرات الدالة h .

تمرين 16 : لتكن f الدالة العددية المعرفة بما يلي :

$$f(x) = \frac{-2|x|+1}{|x|-2}$$

1. تحقق من أن المنحنى (C_f) متماثل بالنسبة لمحور الأرتاب .

2. أدرس تغيرات f على $]2, +\infty[$ ثم على $]-\infty, -2[$.

3. لتكن g الدالة العددية المعرفة بما يلي :

$$\forall x \in]1, +\infty[: g(x) = \frac{1}{2} \left(\frac{-4x^3+1}{x^3-1} \right)$$

أ. تحقق من أن : $g(x) = f(2x^3)$: $\forall x \in]1, +\infty[$.

ب. استنتج تغيرات الدالة g على المجال $]1, 2[$.

تمرين 17 : نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة بما يلي :

$$f(x) = \sqrt{8x^2 - 4x + 5}$$

1. حدد مجموعة تعريف الدالة f .

2. بين أن الدالة f تزايدية على المجال $\left[\frac{1}{4}, +\infty\right[$.

3. أ. بين أن : $f\left(\frac{1}{2}-x\right) = f(x)$: $\forall x \in \mathbb{R}$.

ب. استنتج تغيرات الدالة f على المجال $]-\infty, \frac{1}{4}]$.

4. في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم (O, \vec{i}, \vec{j}) ؛ نعتبر النقطة $M\left(\frac{1}{2}t, 1-t\right)$ بحيث t عدد حقيقي .

أ. حدد المسافة OM بدلالة $f(t)$.

ب. استنتج المسافة بين النقطة O والمستقيم

المعرف بالتمثيل البارامتري : $t \in \mathbb{R} : \begin{cases} x = \frac{1}{2} + t \\ y = 1 - t \end{cases}$

تمرين 18 : نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة بما يلي :

$$f(x) = \frac{2x}{1+x^2}$$

1. أ. بين أن : $|f(x)| \leq 1$: $\forall x \in \mathbb{R}$.

ب. بين أن f دالة فردية .

أ. بين أنه لكل عددين حقيقيين مختلفين x و y ،

$$\frac{f(x)-f(y)}{x-y} = \frac{2(1-xy)}{(1+x^2)(1+y^2)}$$

لدينا :

ب. استنتج رتبة f على كل من المجالين :

$[1, +\infty[$ و $[0, 1]$ ، ثم ضع جدول تغيراتها على \mathbb{R} .

3. لتكن g و h الدالتين العدديتين للمتغير الحقيقي x

بحيث : $g(x) = \sqrt{x+1}$ و $h(x) = \frac{|x+1|}{\sqrt{1+x^2}}$

أ. حدد تغيرات الدالة g على حيز تعريفها و مثلها

مبيانيا في معلم متعامد ممنظم (O, \vec{i}, \vec{j}) .

ب. حدد مبيانيا : $g([-1, 0])$ و $g([0, +\infty[)$.

ج. تحقق من أن : $h(x) = (g \circ f)(x)$: $\forall x \in \mathbb{R}$.

د. أعط جدول تغيرات الدالة h .

تمرين 19 : نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة بما يلي :

$$f(x) = x + 2 - \sqrt{x+2}$$

1. أ. حدد D حيز تعريف الدالة f .

ب. بين أن : $f(x) \geq -\frac{1}{4}$: $\forall x \in D$.

ج. حل في \mathbb{R} المعادلة : $f(x) = 2$.

2. لتكن u و v الدالتين العدديتين المعرفتين كما يلي :

$$v(x) = \sqrt{x+2} \text{ و } u(x) = x^2 - x$$

أ. حدد تغيرات الدالة v على حيز تعريفها ، ثم مثلها

مبيانيا في معلم متعامد ممنظم (O, \vec{i}, \vec{j}) .

ب. حدد مبيانيا : $v([-2, 0])$ و $v([2, +\infty[)$.

ج. أعط جدول تغيرات الدالة u على \mathbb{R} .

د. تحقق من أن : $f(x) = (u \circ v)(x)$: $\forall x \in D$.

هـ. استنتج لرتابة f على كل من المجالين :

$$\left[-\frac{7}{4}, +\infty\right[\text{ و } \left[-2, -\frac{7}{4}\right]$$

تمرين 20 : نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة بما يلي :

$$f(x) = \frac{x-x^2}{x^2+1}$$

1. بين أن : $\frac{|x|}{x^2+1} \leq \frac{1}{2}$: $\forall x \in \mathbb{R}$.

2. بين أن الدالة f محدودة على \mathbb{R} .

تمرين 21 :

1. بين أن الدالة $f : x \mapsto \sin(3x)$ دورية دورها $\frac{2\pi}{3}$.

2. بين أن الدالة $f : x \mapsto \tan(4x)$ دورية دورها $\frac{\pi}{4}$.