المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية والتعليم العالي
وتكوين الأطر والبحث العلمي
امتحان تجريبي - يونيو 2011 - الموضوع
Groupe Scolaire nisse

المادة :	الرياضيات	المعامل : 4
الشعبة	العلوم الاقتصادية	مدة الإنجاز : 2

يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة

التمرين الأول : (4,5 ن)

نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ المعرفة بما يلي : $u_0=2$ ولكل n من $\mathbb{N}$: $u_{n+1}=\frac{2u_n+6}{u_n+1}$

1) أ- بين بالترجع أن لكل n من $\mathbb{N}$: $u_n\geq 2$ — 0,5

ب- احسب u_1 و u_2، هل المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ رتيبة ؟ — 0,75

2) نضع لكل n من $\mathbb{N}$: $v_n=\frac{u_n-3}{u_n+2}$

أ- بين أن لكل n من $\mathbb{N}$: $v_{n+1}=-\frac{1}{4}v_n$ ، ماهي طبيعة المتتالية $(v_n)_n$ ؟ — 1,25

ب- بين أن لكل n من $\mathbb{N}$: $v_n=\left(-\frac{1}{4}\right)^{n+1}$ — 0,5

ج- بين أن لكل n من $\mathbb{N}$: $u_n=\frac{3+2v_n}{1-v_n}$ ثم استنتج u_n بدلالة n واحسب $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$. — 1,5

التمرين الثاني : (2 ن)

1) أ- تحقق أن لكل x من $\mathbb{R}_+$: $\frac{1}{(x+1)(x+2)}=\frac{1}{x+1}-\frac{1}{x+2}$ — 0,25

ب- استنتج أن $\int_0^1\frac{1}{(x+1)(x+2)}dx=\ln\left(\frac{4}{3}\right)$ — 0,75

2) باستعمال مكاملة بالأجزاء ، بين أن : $\int_0^1(2x-2)e^{2x}dx=\frac{3-e^2}{2}$ — 1

التمرين الثالث (4,5 ن)

يحتوي صندوق على ست كرات خضراء تحمل الأرقام 1 ; 1 ; 2 ; 2 ; 2 ; 2 وكرتين حمراوين تحملان الرقمين 1 ; 2 (لا يمكن التمييز بين الكرات باللمس)

1) نسحب عشوائيا بالتتابع وبدون إحلال كرتين من الصندوق. نعتبر الحدثين التاليين :

A « الكرتان المسحوبتان لهما نفس اللون » ، B « الكرتان المسحوبتان تحملان رقمين زوجيين »

أ- احسب احتمال كل من الحدثين A و B. — 1

ب- بين أن احتمال الحدث (A و B) هو : $\frac{3}{14}$ ؛ هل الحدثان A و B مستقلان ؟ — 0,75

ج- بين أن احتمال الحدث « الكرتان المسحوبتان لهما نفس اللون أو تحملان رقمين زوجيين » هو : $\frac{23}{28}$ — 0,5

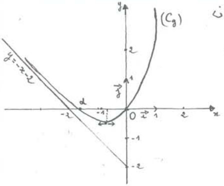
2) نسحب عشوائيا تآنيا ثلاث كرات من الصندوق ، وليكن المتغير العشوائي الذي يربط كل سحبة بعدد الكرات التي تحمل أرقاما زوجية.

أ- بين أن القيم التي يمكن أن يأخذها X هي : 0 ; 1 ; 2 و 3 . — 0,25

ب - بين أن $p(X=1)=\frac{15}{56}$ و $p(X=2)=\frac{15}{28}$ 1

ج - حدد قانون احتمال X . 1

التمرين الرابع (9 ن) الجزءان I و II مرتبطان



I) g دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ و (C_g) منحناها الممثل جانبه .

1) احسب النهايات التالية :

$\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$; $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{g(x)}{x}$; $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$; $\lim\limits_{x\to-\infty} \left(g(x)-(-x-2)\right)$ 1

2) أ - حل المعادلة : $g(x)=0$ 0,5

ب - حل المتراجحتين $g(x)\leq 0$; $g(x)\geq 0$ 1

3) نفترض أن $g(x)=2e^{x}-x-2$ $(\forall x\in\mathbb{R})$

أ - حدد الدوال الأصلية للدالة g على $\mathbb{R}$ 0,5

ب - احسب مساحة الجزء المحصور بين المنحنى (C_g) ومحور الأفاصيل والمستقيمين اللذين معادلتهما: $x=0$; $x=1$ 1

II - لتكن f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي : $f(x)=e^{2x}-(x+1)e^{x}$

1) أ - بين أن: $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=0$ ، أول مبيانيا هذه النتيجة . 0,75

ب - تحقق أن لكل x من $\mathbb{R}^*$: $f(x)=xe^{x}\left(\frac{e^{x}}{x}-1-\frac{1}{x}\right)$ ثم احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ وبين أن المنحنى (C_f) يقبل فرعا شلجميا في اتجاه محور الأراتيب بجوار $+\infty$. 1,25

2) أ - بين أن لكل x من $\mathbb{R}$ $f'(x)=e^{x}g(x)$ (g هي الدالة المعرفة في 3) من I) 1

ب - باستعمال نتيجتي السؤال 2) ب) من (I) ، بين أن الدالة g تناقصية على المجال $[\alpha;0]$ وتزايدية على كل من المجالين $]-\infty,\alpha]$ و $[\alpha,+\infty[$ ثم ضع جدول تغيرات الدالة f على $\mathbb{R}$. 1

3) أنشئ في معلم متعامد المنحنى (C_f) . (نأخذ : $\|\vec{i}\|=1cm$ و $\|\vec{j}\|=4cm$ و $\alpha\simeq-1,5$ و $f(\alpha)\simeq 0,2$) 1