التمرين الأول : (5ن)

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بما يلي : $u_0=1$ ولكل n من $\mathbb{N}$: $u_{n+1}=\dfrac{5u_n}{3u_n+5}$

1) أ - بين بالترجع أن : $0<u_n\leq 1$ لكل n من $\mathbb{N}$ — 1

ب - ادرس رتابة المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ واستنتج أنها متقاربة — 1

2) نضع لكل n من $\mathbb{N}$: $v_n=\dfrac{5}{u_n}$

أ - بين أن لكل n من $\mathbb{N}$ $v_{n+1}-v_n=3$ واستنتج طبيعة المتتالية $(v_n)_{n\geq 0}$ — 1

ب - اكتب v_n بدلالة n واستنتج أن $u_n=\dfrac{5}{3n+5}$ ثم احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$ — 1

ج - بين أن لكل n من $\mathbb{N}$: $\dfrac{5}{u_0}+\dfrac{5}{u_1}+\dots+\dfrac{5}{u_n}=\dfrac{(n+1)(3n+10)}{2}$ — 1

التمرين الثاني : (5ن)

1) حسب التكاملات التالية :

$L=\int_{1}^{2}(2x+1)e^{x^2+x}dx\ ;\ K=\int_{0}^{1}\dfrac{x}{x^2+1}dx\ ;\ J=\int_{-1}^{0}(2x+3)(x^2+3x+1)^{2009}dx\ ;\ I=\int_{1}^{4}\left(\dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{2\sqrt{x}}\right)dx$ — 4x0,75

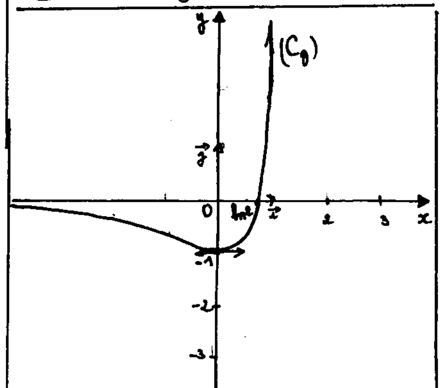
2) أ - تحقق أن لكل x من $\mathbb{R}-\{-1\}$ لدينا : $\dfrac{x^2}{x+1}=x-1+\dfrac{1}{x+1}$ — 0,25

ب - استنتج أن : $\int_{0}^{1}\dfrac{x^2}{x+1}dx=\ln 2-\dfrac{1}{2}$ — 0,75

ج - باستعمال مكاملة بالأجزاء، بين أن : $\int_{0}^{1}x\ln(x+1)dx=\dfrac{1}{4}$ — 1

مسألة : (10ن)

I - لتكن g دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ و (C_g) تمثيلها المبياني في معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$ (الشكل جانبه).



1) احسب : $\lim\limits_{x\to-\infty}g(x)\ ;\ \lim\limits_{x\to+\infty}g(x)\ ;\ \lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{g(x)}{x}$ — 0,75

2) حل في $\mathbb{R}$ المتراجحتين : $g'(x)\leq 0\ ;\ g(x)>0$ — 1

3) نفترض أن : $g(x)=ae^{2x}+be^{x}+c$ بحيث a و b و c أعداد حقيقية.

أ - تحقق أن : $\lim\limits_{x\to-\infty}g(x)=c$ واستنتج (من السؤال 1) أن : $c=0$. — 0,5

ب - باستعمال النقطتين $A(0,-1)$ و $B(\ln 2,0)$ من المنحنى (C_g) ، بين أن $a=1$ و $b=-2$ واستنتج تعبيراً لـ $g(x)$. — 0,75

4) - أ - بين أن : $\int_{0}^{\ln 2}(e^{2x}-2e^{x})dx=-\dfrac{1}{2}$ — 0,75

ب - استنتج مساحة الحيز المحصور بين المنحنى (C_g) ومحور الأفاصيل والمستقيمين اللذين معادلتهما على التوالي $x=0$; $x=\ln 2$ — 0,25

II - لتكن f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة بما يلي : $f(x)=\ln(e^{2x}-2e^{x})$

وليكن $(\mathscr{C})$ منحناها الممثل في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$

1 - أ - بين أن الدالة f معرفة على المجال $I=]\ln 2,+\infty[$. — 0,5

ب - احسب $\lim\limits_{\substack{x\to\ln 2\\ x>\ln 2}}f(x)$ وأول مبيانيا النتيجة . — 1

2 - أ - تحقق أن لكل x من I : $e^{2x}-2e^{x}=e^{2x}\left(1-\dfrac{2}{e^{x}}\right)$ واستنتج أن : $f(x)=2x+\ln\left(1-\dfrac{2}{e^{x}}\right)$ $(\forall x\in I)$ ثم احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ — 1

ب - بين أن المستقيم (Δ) الذي معادلته : $y=2x$ مقارب مائل للمنحنى $(\mathscr{C})$ بجوار $+\infty$ — 0,5

3 - أ - بين أن : $f'(x)=\dfrac{e^{x}-1}{e^{x}-2}$ $(\forall x\in I)$ — 0,5

ب - استنتج أن الدالة f تزايدية قطعا على I ثم ضع جدول تغيرات f على I — 0,75

ج - احسب $f(0,8)$ و $f(0,9)$ واستنتج أن المنحنى $(\mathscr{C})$ يقطع محور الأفاصيل في نقطة أفصولها α بحيث : $0,8<\alpha<0,9$. — 0,75

د - ارسم منحنى الدالة f (نأخذ $\|\vec{i}\|=2cm$ و $\|\vec{j}\|=2cm$). — 1