

بين أن  $x$  و  $y$  و  $z$  تقبل القسمة على 3

**التمرين رقم 8:**

- (1) ناقش حسب قيم  $n$  باقي القسمة على 7 للأعداد :  $4^n$  و  $5^n$  و  $6^n$  .  
(2) حدد الأعداد الصحيحة الطبيعية  $n$  التي من أجلها  $4^n + 5^n + 6^n \equiv 0 [7]$   
حدد الحلول المحصورة بين 105 و 125 .

**التمرين رقم 9:**

- (1) نربط كل عدد صحيح طبيعي  $n$  بالعدد  $u_n$  باقي القسمة ل  $4^n$  على 7 . بين أنه يوجد عدد صحيح طبيعي  $a$  موجب قطعاً بحيث لكل  $n$  :  $0 < k < a$  :  $u_{n+k} = u_n$  و  $u_{n+a} = u_n$   
(2) نفس السؤال بالنسبة للبقايا  $v_n$  لقسمة  $5^n$  على 7  
(3) كيف يجب اختيار العدد الصحيح الطبيعي  $n$  كي يكون العدد  $4^n - 5^n$  قابل للقسمة على 7 .

**التمرين رقم 10:**

- (1) حدد بقايا القسمة للأعداد  $7^1; 7^2; 7^3; 7^4; \dots; 7^p$  ( $p \in \mathbb{N}^*$ ) على 5  
(2) ما هو باقي القسمة ل  $7^{45}$  على 5 ؟  
(3) بين أن :  $(\forall n \in \mathbb{N}) 16 \times 7^{2n} - 28 \times 3^{2n+3} \equiv 0 [5]$

**التمرين رقم 11:**

- (1) كيف يجب اختيار العدد الصحيح الطبيعي  $n$  كي يكون العدد  $2^n - 1$  قابل للقسمة على 9 .  
(2) كيف يجب اختيار العددين  $x$  و  $y$  كي يكون باقي قسمة العدد  $2^x 11^y$  على 9 يساوي 1 .

**التمرين رقم 12:**

- حدد مجموعة الأعداد الصحيحة الطبيعية  $n$  التي من أجلها  $n^3 - 3n^2 - 2$  يقبل القسمة على 7 .

**التمرين رقم 13:**

- (1) بين أنه لكل عدد صحيح طبيعي  $n$  :  $2^{3n} - 1$  مضاعف للعدد 7 . آ ستنتج أن  $2^{3n+1} - 2$  مضاعف للعدد 7 وأن  $2^{3n+2} - 4$  مضاعف للعدد 7 .  
(2) ناقش حسب قيم  $n$  باقي القسمة على 7 للعدد  $2^n$  .  
(3) نعتبر العدد الصحيح  $A_p = 2^p + 2^{2p} + 2^{3p}$  حيث  $p \in \mathbb{N}$  حدد باقي قسمة  $A_p$  على 7 في كل حالة :  $p = 3n$  ,  $p = 3n+1$  ,  $p = 3n+2$

**التمرين رقم 1:**

- برهن على ما يلي :  
(1)  $(2, 3^{2n+1} + 2^{n+2} \equiv 0 [6])$   $5n^3 + n \equiv 0 [6]$   
(3)  $n^3 + (n+1)^3 + (n+2)^3 \equiv 0 [9]$   
(4)  $(5, 2^{2n} + 15n - 1 \equiv 0 [9])$   $2^{6n-5} + 3^{2n} \equiv 0 [11]$   
(6)  $3.5^{2n-1} + 2^{3n-2} \equiv 0 [17]$   
(7)  $(8, 2^{4n+2} + 3^{4n+2} \equiv 0 [13])$   $3^{6n} - 2^{6n} \equiv 0 [35]$   
(9)  $(n+1)^n - 1 \equiv 0 [n^2]$   
(10)  $(n+2)^{n+2} - 2^{n+2} \cdot (n+1)^{n+1} \equiv 0 [n^2]$

**التمرين رقم 2:**

- (1) حدد بقايا القسمة للأعداد 2 و  $2^2$  و  $2^3$  و ...  $2^n$  ( $n \in \mathbb{N}$ ) على 9 .  
(2) بين أن :  $(\forall n \in \mathbb{N}) 2^{2n} (2^{2n+1} - 1) - 1 \equiv 0 [9]$

**التمرين رقم 3:**

- (1) اوجد حسب قيم العدد الصحيح الطبيعي  $n$  باقي القسمة الإقليدية ل  $4^n$  ( $n \in \mathbb{N}$ ) على 7 .  
(2) حدد حسب قيم  $n$  باقي القسمة الإقليدية ل :  $A = 851^{3n} + 851^{2n} + 851^n + 2$  على 7 .

**التمرين رقم 4:**

- حدد جميع الأعداد الصحيحة الطبيعية  $n$  التي من أجلها يكون العدد  $5^{6n} + 5^n + 2$  قابلاً للقسمة على 7 .

**التمرين رقم 5:**

- (1) اوجد حسب قيم العدد الصحيح الطبيعي  $n$  باقي القسمة الإقليدية ل  $5^n$  على 13 .  
(2) آ ستنتج أن :  $(13) 1981^{1981} - 5 \equiv 0 [13]$  .  
(3) بين أن :  $(13) \forall n \geq 1: 31^{4n+1} + 18^{4n-1} \equiv 0 [13]$

**التمرين رقم 6:**

- $n$  عدد صحيح طبيعي .  
(1) بين أن :  $n^2 + 5n + 4$  و  $n^2 + 3n + 2$  يقبلان القسمة على  $n+1$  .  
(2) حدد مجموعة الأعداد الصحيحة الطبيعية  $n$  التي من أجلها  $3n^2 + 15n + 19$  يقبل القسمة على  $n+1$   
(3) آ ستنتج أنه لكل عدد صحيح طبيعي  $n$   $3n^2 + 15n + 19$  لا يقبل القسمة على  $n^2 + 3n + 2$  .

**التمرين رقم 7:**

- (1)  $n$  عدد صحيح نسبي . ناقش حسب قيم  $n$  باقي القسمة للعدد  $n^3$  على 9 .  
آ ستنتج أن :  
 $n^3 \equiv 0 [9] \Leftrightarrow n \equiv 0 [3]$   
 $n^3 \equiv 1 [9] \Leftrightarrow n \equiv 1 [3]$   
 $n^3 \equiv 8 [9] \Leftrightarrow n \equiv 2 [3]$   
(2) نعتبر  $x$  و  $y$  و  $z$  من  $Z$  بحيث  $x^3 + y^3 + z^3 \equiv 0 [9]$

$$\begin{cases} x \wedge y = x - y \\ x \vee y = 72 \end{cases} \quad (4)$$

$$\begin{cases} x + y = 84 \\ x \vee y = (x \wedge y)^2 \end{cases} \quad (5)$$

### التمرين رقم 22 :

- (1) أ - بين أنه لكل عدد صحيح طبيعي  $n$  :  
 $3n^2 - 11n + 48$  يقسم  $n + 3$
- ب - بين أنه لكل عدد صحيح طبيعي  $n$  :  
 $3n^2 - 9n + 16$  عدد صحيح طبيعي غير منعدم
- (2) بين أنه مهما تكن الأعداد الصحيحة الطبيعية  $a$  و  $b$  و  $c$  المتساوية التالية صحيحة :  
 $a \wedge b = (bc - a) \wedge b$
- (3) بين أنه لكل عدد صحيح طبيعي  $n$  أكبر من أو يساوي 2 المتساوية التالية صحيحة :  
 $(3n^3 - 11n) \wedge (n + 3) = 48 \wedge (n + 3)$
- (4) أ - حدد القواسم الصحيحة الطبيعية للعدد 48 .  
 ب - أ استنتج مجموعة الأعداد الصحيحة الطبيعية التي من أجلها :  
 $\frac{3n^3 - 11n}{n + 3} \in \mathbb{N}$

### التمرين رقم 23 :

- $n$  عدد صحيح طبيعي أكبر من أو يساوي 2 :
- (1) بين أن :  $n \wedge 2n + 1 = 1$  .
- (2) نضع :  $\alpha = n + 3$  و  $\beta = 2n + 1$  و  $\alpha \wedge \beta = \delta$  أ - أحسب  $2\alpha - \beta$  ثم أستنتج القيم الممكنة ل  $\delta$  .  
 ب - بين أن  $\alpha$  و  $\beta$  مضاعفات للعدد 5 إذا فقط إذا كان  $(n - 2)$  مضاعف للعدد 5 .
- (3) نعتبر العدد  $a$  و  $b$  المعرفين بما يلي :  
 $a = n^3 + 2n^2 - 3n$  و  $b = 2n^2 - n - 1$   
 بين أن  $a$  و  $b$  يقبلان القسمة على  $(n - 1)$  .
- (4) أ - نضع :  $n(n + 3) \wedge (2n + 1) = d$   
 بين أن :  $d / d$  ثم أستنتج أن :  $\delta = d$
- ب - أستنتج :  $\Delta$  بدلالة  $n$  حيث  $a \wedge b = \Delta$  .
- ج - تطبيق : حدد  $\Delta$  من أجل :  $n = 2001$   
 ثم من أجل :  $n = 2002$

### التمرين رقم 24 :

- بين أن الأعداد التالية ليست أولية :
- (1)  $n^4 - 20n^2 + 4$  حيث  $n \in \mathbb{Z}$  .
- (2)  $\frac{1}{4}(n^3 + (n + 2)^3)$  حيث  $n \in \mathbb{N}; n \geq 2$
- (3)  $n^4 + 4^n$  حيث  $n \in \mathbb{N}; n \geq 2$
- (4)  $a^4 + 4b^4$  حيث  $(a; b) \in \mathbb{N}^2; a \geq 2, b \geq 2$

### التمرين رقم 25 :

- بين أن لكل عدد صحيح طبيعي  $p$  أ ولي  
 حيث  $p \geq 5$  :

$$24 / p^2 - 1$$

### التمرين رقم 14 :

- حدد عددين صحيحين طبيعيين  $a$  و  $b$  يحققان على التوالي الشرطين :  
 (i)  $a.b(a + b)$  غير قابل للقسمة على 7 .  
 (ii)  $(a + b)^7 - a^7 - b^7$  قابل للقسمة على  $7^7$   
 علل جوابك .

### التمرين رقم 15 :

- ليكن  $(m; n) \in \mathbb{Z}^2$  و  $(a; b; c; d) \in \mathbb{Z}^4$   
 حيث :  $a.d - b.c = 1$  .  
 بين أن :  $(a.m + b.n) \wedge (c.m + d.n) = m \wedge n$

### التمرين رقم 16 :

- بين أن :  
 (1)  $\forall n \in \mathbb{N} : (21n + 4) \wedge (14n + 3) = 1$   
 (2)  $\forall n \in \mathbb{N}^* : (n^3 + 2n) \wedge (n^4 + 3n^2 + 1) = 1$   
 (3)  $1 \wedge 2 \wedge \dots \wedge 2n = n + 1 \wedge n + 2 \wedge \dots \wedge 2n$

### التمرين رقم 17 :

- بين أن  $\forall (a; b) \in \mathbb{Z}^{*2}$  :
- (1)  $(a^2 + b^2) \wedge (ab) = (a \wedge b)^2$   
 (2)  $(a + b) \wedge (a \vee b) = a \wedge b$   
 (3)  $a^2 \wedge (ab) \wedge b^2 = (a \wedge b)^2$   
 (4)  $\forall n \in \mathbb{N}^* \begin{cases} a^n \wedge b^n = (a \wedge b)^n \\ a^n \vee b^n = (a \vee b)^n \end{cases}$

### التمرين رقم 18 :

- ليكن  $(a; b; c) \in \mathbb{Z}^3$  حيث  $a \wedge b = 1$   
 بين أن :  $a \wedge (bc) = a \wedge c$

### التمرين رقم 19 :

- ليكن  $(a; b; c; d) \in \mathbb{Z}^4$  حيث  $a \wedge b = c \wedge d = 1$   
 بين أن :  $(ac) \wedge (bd) = (a \wedge d)(b \wedge c)$

### التمرين رقم 20 :

- (1) ليكن  $x$  و  $y$  عددين صحيحين طبيعيين بحيث  
 $x \wedge y = 1$   
 بين أنه إذا كان  $x + y$  أو  $xy$  زوجيا فإن الآخر فرديا .
- (2) حدد في  $\mathbb{N}^*$  قواسم 84 .
- (3) حدد في  $\mathbb{N}^*$  العددين  $a$  و  $b$  بحيث :

$$\begin{cases} a + b = 84 \\ a \vee b = (a \wedge b)^2 \end{cases}$$

### التمرين رقم 21 :

- حل النظم والمعادلات التالية حيث  $(x; y) \in \mathbb{N}^{*2}$
- (1)  $\begin{cases} (2x + y)(5x + 2y) = 1620 \\ x.y = 3(x \vee y) \end{cases}$
- (2)  $(x \vee y) - (x \wedge y) = 243$
- (3)  $(x \wedge y) + (x \vee y) = x + y$

**التمرين رقم 26:**

ليكن  $p$  عدد أولي بحيث  $p \geq 2$  بين أنه :

- (1) إذا كان :  $8p-1$  عدد أولي فإن :  $8p+1$  ليس أولي  
 (2) إذا كان :  $8p^2+1$  عدد أولي فإن  $8p^2-1$  أولي

**التمرين رقم 27:**

من أجل  $n \in \mathbb{N}$  و  $n \geq 2$  نعتبر  $\pi(n)$  عدد الأعداد الأولية  $p$  بحيث  $2 \leq p \leq n$

$$\text{بين أن : } \left( n \geq 14 \Rightarrow \pi(n) \leq \frac{n}{2} - 1 \right)$$

**التمرين رقم 28:**

ليكن  $n$  عدد صحيح طبيعي  $n \geq 2$  بين أن الأعداد :  
 $n!+n; n!+(n-1); \dots; n!+3; n!+2$

غير أولية .  
 أستنتج أن لكل  $k$  من  $\mathbb{N}$  حيث  $k \geq 2$  يمكن أن نجد  $k$  من الأعداد الغير الأولية و المتتابة .

**التمرين رقم 29:**

(1) ليكن  $p$  عدد أولي موجبا و  $n$  عدد صحيح طبيعي غير منعدم و غير قابل للقسمة على  $p$  . نعتبر الأعداد :

$$n; 2n; 3n; \dots; (p-1)n$$

برهن على أنه إذا قسمنا هذه الأعداد على  $p$  نحصل على بواقي مختلفة و غير منعدمة . أستنتج أن :  $[p] \equiv 1 \pmod{p}$

(2) برهن على أن لكل عدد أولي موجب  $p$  و لكل عدد صحيح طبيعي  $a$  غير منعدم لدينا :  $a^p \equiv a \pmod{p}$

**التمرين رقم 30:**

$$E_n = \{k \in \mathbb{N} / k \wedge n = 1\} \text{ في } \mathbb{N}^*$$

$$I_n = \{1; 2; 3; \dots; n\}$$

و نرمز ب  $f(n)$  لعدد عناصر  $E_n$  . مثلا : (1) أ حسب

$$f(2^4), f(3^2 \times 5^2), f(120)$$

(2) ليكن  $p$  عدد أولي موجب و  $k$  عدد ص.ط غير منعدم

$$\text{برهن على أن : } f(p^k) = (p-1)p^{k-1}$$

$$\text{برهن على أن : } f(m.n) = f(m)f(n)$$

(3) إذا كان  $n$  و  $m$  أوليان فيما بينهما . أستنتج  $f(n)$

(4) برهن على أن  $f(n)$  هو عدد عناصر  $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$

القابلة للقلب ( نقول أن  $\bar{x}$  عنصرا من  $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$  يكون قابل للقلب إذا وجد  $\bar{y}$  في  $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$  بحيث  $\bar{x}\bar{y} = 1$  )

**التمرين رقم 31:**

(1) ليكن  $p$  عدد أولي . نفترض أن  $p \geq 5$  :

$$- \text{ بين أن } [3] \equiv 1 \pmod{p^2} \text{ وأن } [3] \equiv 2 \pmod{2^q}$$

و استنتج أن العدد  $p^2 + 2^p$  ليس أوليا .

(2) بين أنه إذا كان  $p^2 + 2^p$  أوليا فإن  $p = 3$

(3) بين أنه إذا كان  $p/p^2 + 2^p$  فإن  $p = 2$  .

(4) - تحقق من أن : لكل  $n \in \mathbb{N}$  ،  
 $(2n^2+n)^2 < 4(1+n+n^2+n^3+n^4) < (2n^2+n+2)^2$   
 ب- إذا كان مجموع قواسم  $q^4$  مربع كامل فإن  $p = 3$  ؟

**التمرين رقم 32:**

(1) بين أنه لكل ع.ص.ط  $a$  و لكل  $m$  فردي في  $\mathbb{N}$

العدد  $a+1$  يقسم  $a^m + 1$  .

(2) ليكن  $q$  عددا أوليا و  $a$  عدد صحيح طبيعي .

$$\text{أ- بين أن : } (a+1)^q \equiv a^q + 1 \pmod{q}$$

ب- أستنتج أن :  $a^q \equiv a \pmod{q}$

(3) لكل  $n$  طبيعي ( $n \geq 2$ ) : نضع :  $a_n = (n!)^2 + 1$

أ- بين أن  $a_n$  فردي .

ب- بين أن  $a_n$  يقبل قاسما أوليا فرديا  $p$  أكبر قطعاً من  $n$  .

ج- نفترض أن  $p = 4k + 3$  حيث  $k \in \mathbb{N}$  :

بين أن :  $a_n$  يقسم العدد  $(n!)^{2(2k+1)} + 1$

و أن  $p$  تقسم  $(n!)^p + n!$

د- أستنتج أن  $p$  لا يكتب على شكل  $4k+3$  .

**التمرين رقم 33:**

(1) هل العدد  $2^{11} - 1$  أولي .

(2)  $p$  و  $q$  عددين صحيحين طبيعيين غير منعدمين

حدد باقي القسمة للعدد  $2^{p \cdot q}$  على  $2^p - 1$  ،  
 أستنتج أن  $2^{p \cdot q} - 1$  قابل للقسمة على  $(2^p - 1)$   
 $(2^q - 1)$

(3) بين أنه إذا كان  $2^n - 1$  أولي فإن  $n$  أولي هل العكس صحيح ؟

**التمرين رقم 34:**

نعتبر المجموعة :  $\mathbb{Z}/4\mathbb{Z} = \{\bar{0}, \bar{1}, \bar{2}, \bar{3}\}$

(1) كون جدولا للضرب للحلقة  $\mathbb{Z}/4\mathbb{Z}$

(2) حل في  $\mathbb{Z}/4\mathbb{Z}$  المعادلة :  $\bar{2}x = \bar{2}$

(3) حل في  $\mathbb{Z}/4\mathbb{Z}$  النظام :  

$$\begin{cases} \bar{2}x + \bar{3}y = \bar{2} \\ \bar{2}x + \bar{1}y = \bar{2} \end{cases}$$

(4) حل في  $\mathbb{Z}/4\mathbb{Z}$  المعادلة :  $\bar{2}x^2 + \bar{2}x = \bar{0}$

**التمرين رقم 35:**

نعتبر في  $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$  المعادلة :  $\bar{a} \cdot x = \bar{0}$  ( $\bar{a} \neq \bar{0}$ )

(1) بين أنه إذا كان  $\bar{a}$  غير قابل للقلب في  $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$  فإن

$$x \in n' \cdot \mathbb{Z} = \{pn'; p \in \mathbb{Z}\}$$

$$\text{بحيث : } n' = \frac{n}{\Delta(a; n)}$$

(2) أ - حدد  $24 \wedge 132$  .

أستنتج حلول المعادلة  $\bar{24} \cdot x = \bar{0}$  في  $\mathbb{Z}/132\mathbb{Z}$

ب - حل في  $\mathbb{Z}/14\mathbb{Z}$  المعادلة :  $\bar{6} \cdot x = \bar{0}$

$\bar{2}.x^2 - \bar{5}.x + \bar{4} = (\bar{a}.x + \bar{b})^2$  لدينا  $\forall x \in Z/7Z$   
(3) حل المعادلة (I).

### التمرين رقم 42:

نعتبر في  $Z/7Z$  المعادلة: (I)  $x^2 + 2.\bar{b}.x + \bar{c} = \bar{0}$   
حيث  $\bar{b} \in Z/7Z$  و  $\bar{c} \in Z/7Z$ .

(1) ناقش في  $Z/7Z$  المعادلة  $x^2 = \bar{m}$   $\bar{m} \in Z/7Z$ ,  
(2) بين أن المعادلة (I) تقبل حلول في  $Z/7Z$  إذا وفقط

إذا كان:  $\Delta' = \bar{b}^2 - \bar{c} \in \{\bar{0}; \bar{1}; \bar{2}; \bar{4}\}$

(3) حل في  $Z/7Z$  كل من المعادلتين:

$$(2): x^2 + x - \bar{4} = \bar{0}, (1): x^2 - \bar{5}.x + \bar{6} = \bar{0}$$

### التمرين رقم 43:

أنجز العمليات التالية:

$$A = \overline{110110}^{(2)} + \overline{11011}^{(2)}$$

$$B = \overline{11101}^{(2)} - \overline{10011}^{(2)}$$

$$C = \overline{11001}^{(2)} \times \overline{1011}^{(2)}$$

### التمرين رقم 44:

ليكن  $x$  عددا من  $IN^*$  بحيث:  $\overline{36}^{(x)} + \overline{45}^{(x)} = \overline{103}^{(x)}$   
أحسب  $\overline{36}^{(x)} \times \overline{45}^{(x)}$

### التمرين رقم 45:

حدد قيمة العدد  $x$  بحيث:  $\overline{12551}^{(10)} = \overline{30407}^{(x)}$

### التمرين رقم 46:

نعتبر العدد  $N = \overline{342x}^{(b)}$ .  
حدد  $x$  من كل حالة من الحالات التالية:

$$(1) \quad b=6 \text{ و } [5] \quad N \equiv 0$$

$$(2) \quad b=7 \text{ و } [3] \quad N \equiv 0$$

### التمرين رقم 47:

ليكن  $a$  و  $b$  و  $c$  أعدادا من  $IN$  بحيث  $N \equiv abc^{(10)}$   
بين أن  $[17] \Rightarrow (2a-c)^2 + 2b^2 \equiv 0 [17]$   $N \equiv 0$

### التمرين رقم 48:

حدد  $x$  و  $y$  و  $z$  من  $IN$  حيث:  $\overline{xyz}^{(7)} = \overline{zyx}^{(11)}$

### التمرين رقم 49:

حدد  $a$  و  $b$  و  $c$  أعدادا من  $IN$  بحيث:

$$\left\{ \begin{array}{l} \overline{abca}^{(10)} \equiv 0 [7] \\ \overline{abca}^{(10)} \equiv 1 [99] \end{array} \right.$$

### التمرين رقم 50:

ليكن  $n$  عدد صحيح طبيعي بحيث  $n \geq 6$ .

نضع  $b = \overline{252}^{(n)}$  و  $a = \overline{2310}^{(n)}$  و  $d_n = a \wedge b$ .

(1) بين أن  $(2n+1)/a$  و  $(2n+1)/b$

(2) حدد بدلالة  $n$  العدد  $\Delta_n = (n^2 + n) \wedge (n+2)$

(ناقش حسب زوجية العدد  $n$ )

(3) بين أن  $d_n \in \{2(2n+1), 2n+1\}$

(4) نأخذ  $n=6$ , حل في  $Z^2$  في المعادلة:

### التمرين رقم 36:

نعتبر في  $Z/nZ$  المعادلة:

$$\bar{a}.x = \bar{b} \quad (I) \quad \text{حيث } \bar{a} \neq \bar{0} \text{ و } \bar{b} \neq \bar{0}$$

نفترض أن  $\bar{a}$  غير قابل للقلب ونضع  $a \wedge n = \delta$   
(1) بين أن الشرط الكافي و اللازم لكي تقبل المعادلة (I) حلول هو أن يكون  $b$  قابل للقسمة على  $\delta$ .

(2) نضع:  $a = \delta.a', n = \delta.n', b = \delta.b'$ .  
أ- بين أنه إذا كان  $x$  حل للمعادلة (I) فإنه أيضا حل

للمعادلة (II)  $\bar{a}'.x = \bar{b}'$  في  $Z/nZ$ .

ب- بين أن (II) تقبل حلول. ليكن  $x_0$  أحد حلولها

ج- بين أن  $x_0$  هو أيضا حل للمعادلة (I)

أستنتج أن مجموعة حلول المعادلة (I) هي:

$$S = \{\bar{x}_0 + p.\bar{n}'; p \in Z\}$$

(3) تطبيق:

أ- حل في  $Z/91Z$  المعادلة:  $\bar{14}.x = \bar{28}$

ب- حل في  $Z/27Z$  المعادلة:  $\bar{6}.x = \bar{10}$

### التمرين رقم 37:

نعتبر في  $Z/12Z$  المعادلة: (I)  $\bar{3}.x = \bar{m}$ .

ناقش حسب قيم  $m$  عدد حلول المعادلة (I).

### التمرين رقم 38:

نعتبر في  $Z/6Z$  النظام:

$$(I) \begin{cases} x + \bar{3}.y = \bar{1} \\ \bar{3}.x - y = m \end{cases}; m \in Z/6Z$$

(1) حل النظام (I) في حالة  $m = \bar{1}$ .

(2) ناقش حسب قيم  $m$  عدد حلول النظام (I).

### التمرين رقم 39:

(1) حدد قواسم  $\bar{0}$  في  $Z/6Z$ .

(2) نفترض أن  $n = p.q$  بحيث  $p \wedge q = 1$ .

بين أن:  $\forall a \in (Z/nZ)^*$

$\bar{a}$  قاسم ل  $\bar{0}$  في  $Z/nZ \Leftrightarrow a \in p.Z$  أو  $a \in q.Z$

(3) أ- حدد قواسم  $\bar{0}$  في  $Z/15Z$ .

ب- أستنتج في  $Z/15Z$  حلول المعادلة:

$$x^2 - \bar{3}.x + \bar{2} = \bar{0}$$

### التمرين رقم 40:

نعتبر  $n = p^\alpha$ ,  $\alpha > 1$  بحيث  $p$  عدد أولي.

(1) بين أنه:  $\forall a \in (Z/nZ)^*$

$\bar{a}$  قاسم ل  $\bar{0} \Leftrightarrow p$  يقسم  $a$

(2) أ- ما هي قواسم  $\bar{0}$  في  $Z/49Z$ .

ب- حل في  $Z/49Z$  المعادلة:  $x^2 + \bar{4}.x + \bar{4} = \bar{0}$

### التمرين رقم 41:

نعتبر في  $Z/7Z$  المعادلة:

$$(I) \quad \bar{2}.x^2 - \bar{5}.x + \bar{4} = \bar{0}$$

(1) حل في  $Z/7Z$  المعادلة:  $y^2 = \bar{0}$ .

(2) حدد زوجا  $(\bar{a}; \bar{b})$  من  $Z/7Z \times Z/7Z$  بحيث  $a < b$  و

## سلسلة مقترحة ومعوثة من طرف

الأستاذ المحترم : **علي الشريف**  
المدينة : الخميسات  
العنوان : cherifalix@yahoo.fr  
cherifalix@hotmail.com

[www.9alami.com](http://www.9alami.com)

$$ax + by = -26$$

### التمرين رقم 51:

نعتبر العددين الصحيحين الطبيعيين A و B الممثلين في نظمة العد ذات الأساس 9 بمايلي:

$$A = abcd_{(9)}, \quad B = bcda_{(9)}$$

حيث a و b غير منعدمين.

و نعتبر في كل مايلي أن العدد B قابل للقسمة على 7.

(1) بين أنه إذا كان  $a = 7$  فإن A قابل للقسمة على 7.

(2) أ- بين أن العدد  $9A - a$  قابل للقسمة على 7.

ب- استنتج أنه إذا كان A قابلا للقسمة على 7 فإن  $a = 7$ .

(3) أ- حل المعادلة:  $7x - 4y = 1$  في  $Z \times Z$ .

ب- نضع  $c = 0$  و  $d = 1$ .

حدد العدد A كي يكون قابلا للقسمة على 7.

### التمرين رقم 52:

نعتبر الأعداد x و y و z من IN بحيث :

$$z = \overline{101}^{(x)} \quad \text{و} \quad y = \overline{131}^{(x)}$$

(1) أكتب الجداء x.y.z في نظمة العد ذات الأساس x

(2) هل يمكن كتابة  $x + y + z$  في نظمة العد ذات

الأساس x؟

(3) إذا علمت أن :  $x + y + z = 50$

( في نظمة العد العشري ) فأحسب :

$$\overline{x.y.z}^{(10)} \quad \text{و} \quad \overline{x + y + z}^{(x)}$$

(4) ليكن  $N = \overline{342y}^{(x)}$  , حدد قيم لكي يكون هذا

العدد قابلا للقسمة

أ - على 5 من أجل  $x = 6$  .

ب - على 12 من أجل  $x = 17$  .

### التمرين رقم 53:

(1) ليكن n عددا صحيحا طبيعيا . حدد حسب قيم n ,

باقي القسمة الإقليدية ل  $3^n$  على 7 ثم أستنتج

باقي القسمة الإقليدية ل  $(506390)^{128}$  على 7

(2) حدد الرقم x و في نظمة العد العشري , بحيث

يكون العدد  $(506390)^{128} + 561x$  قابلا للقسمة على 7

### التمرين رقم 54:

(1) حدد بواقي القسمة الإقليدية ل  $10^n$  على 7  
( $n \in \text{IN}$ )

(2) أستنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد  $2200^{752}$  على 7 .

(3) في نظمة العد العشري نعتبر العدد

الصحيح  $\overline{mcd}$  بحيث  $\overline{mcd}$  و  $\overline{cd}$  قابلان للقسمة على 7 .

بين أن :  $(m + u) \equiv 0 [7]$

(4) حدد العدد  $\overline{mcd}$  إذا علمت أن  $\overline{m5d4}$  و  $\overline{c0u}$

قابلان للقسمة على 9 .