تمارين في الحسابيات

تمرين 1) ليكن $n \in \mathbb{N}$.

1) أدرس حسب قيم n بواقي القسمة الإقليدية للاعداد 4^n و 3^n على 7.

2) بين أن $\left(78 \times 4^{3n+1} + 3^{6n+1}\right) \equiv 0[7]$

تمرين2)

1) بين أن لكل n من $\mathbb{N}$:

$$(10)^n - (-1)^n \equiv 0[11]$$

2) أوجد باقي القسمة الإقليدية للعدد 134421 على 11 بدون اجراء هذه القسمة .

تمرين3)

لتكن المتتالية (u_n) حيث $u_n = 2^n + 3^n$ لكل n من $\mathbb{N}$.

1) بين أن u_n و u_{n+1} أوليان فيما بينهما .

2) بين أن $u_n \wedge u_{n+2} \in \{1;5\}$.

3) حدد قيم n حيث : $u_n \wedge u_{n+2} = 5$.

تمرين 4)

1) ليكن x و y من $\mathbb{Z}$.

حدد البواقي الممكنة للقسمة الإقليدية للعدد $x^2 - 3y^2$ على 4.

2) هل يوجد $(x, y, z) \in \mathbb{Z}^3$ بحيث:

$x^2 - 3y^2 + 4z = 3$.

تمرين5)

$U_n = \frac{n+2001}{n-2}$ لكل n من $\mathbb{Z} - \{-2001; 2\}$

1) أ) بين أن:

$$(n-2) \wedge (n+2001) = (n-2) \wedge 2003 \quad .$$

ب) تحقق أن 2003 عدد أولي.

ج) استنتج القيم الممكنة للعدد $(n-2) \wedge (n+2001)$:

د) حدد مجموعة قيم n حيث : $(n-2) \wedge (n+2001) = 2003$.

2) حدد قيم n حيث $U_n \in \mathbb{Z}$.

تمرين 6)

1) أحسب $\left(4^5 - 1\right) \wedge \left(4^6 - 1\right)$

2) لتكن المتتالية (u_n) المعرفة كما يلي

$$\begin{cases} u_0 = 0; u_1 = 1 \\ u_{n+2} = 5u_{n+1} - 4u_n \end{cases} .$$

أ) أحسب u_2 و u_3 و u_4 .

ب) بين أن $u_{n+1} = 4u_n + 1$ لكل n من $\mathbb{N}$.

ج) بين أن $u_n \in \mathbb{N}$ لكل n من $\mathbb{N}$.

د) استنتج لكل n من $\mathbb{N}$ قيمة $u_n \wedge u_{n+1}$.

3) لتكن المتتالية (v_n) حيث $v_n = u_n + \frac{1}{3}$ لكل n من $\mathbb{N}$.

أ) بين أن المتتالية (v_n) هندسية .

ب) أحسب v_n و u_n بدلالة n .

ج) حدد لكل n من $\mathbb{N}$: $\left(4^n - 1\right) \wedge \left(4^{n+1} - 1\right)$

تمرين7)

1) أحسب $(t+1)^3 + (t-1)^3 + (-t)^3 + (-t)^3$ من أجل t في $\mathbb{Z}$. واستنتج أن كل عدد صحيح نسبي قابل للقسمة على6 يكتب على شكل مجموع أربع مكعبات.

2)بين أن $6/r^3-r$ لكل r من $\{0;1;2;3;4;5\}$.ثم استنتج أن $6/6k+r-(6u+r)^3$ مهما يكن (k ;u) من $\mathbb{Z}^2$.

3) بين كل عدد صحيح نسبي يكتب على شكل مجموع خمس مكعبات .

تمرين8) حل في $\mathbb{Z}$: $\begin{cases} n \equiv 1[2] \\ n \equiv 0[3] \end{cases}$

تمرين9) ليكن العدد $A = \overline{abc}^{10}$

بين أنه اذاكان $A \equiv 0[17]$ فان $(2a-c)^2 + 2b^2 \equiv 0[17]$.

ذ عبدالرحيم الأصب
abou_othmane@yahoo.fr