C: RS24

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية
والتعليم العالي
وتكوين الأطر
والبحث العلمي
كتابة الدولة المكلفة بالتعليم المدرسي

المركز الوطني للتقويم والامتحانات

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
-الدورة الاستدراكية 2008-
الموضوع

المادة:	الرياضيات	المعامل:	9
الشعب(ة):	شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب)	مدة الإنجاز:	4س

يسمح باستعمال الآلة الحاسبة

التمرين الأول:(3,5 نقط)

المستوى العقدي منسوب إلى معلم متعامد منظم مباشر $\left(O,\vec{u},\vec{v}\right)$.

نعتبر التطبيق r الذي يربط النقطة $M(z)$ بالنقطة $M_1(z_1)$ حيث : $z_1=\dfrac{1+\sqrt{3}i}{2}z+\dfrac{\sqrt{3}+i}{2}$

و التطبيق h الذي يربط النقطة $M(z)$ بالنقطة $M_2(z_2)$ حيث : $z_2=-2z+3i$ و نضع $F=h\circ r$

1 ن 1) حدد طبيعة كل من التطبيقين r و h وعناصرهما المميزة .

2) نعتبر النقطتين $\Omega(i)$ و $A(a)$ حيث a عدد عقدي معلوم مخالف للعدد i .

ونضع: $B=F(A)$ و $C=F(B)$ و $D=F(C)$

0,5 ن أ) بين أنه إذا كانت النقطة $M'(z')$ هي صورة النقطة $M(z)$ بالتطبيق F فإن :

$$z'-i=2e^{i\frac{4\pi}{3}}(z-i)$$

0,25ن ب) تحقق أن Ω هي النقطة الوحيدة التي تحقق : $F(\Omega)=\Omega$

0,75ن 3) أ) حدد بدلالة العدد العقدي a الأعداد العقدية b و c و d ألحاق النقط B و C و D على التوالي.

0,25ن ب) بين أن النقط Ω و A و D مستقيمية.

0,5ن ج) بين أن Ω هو مرجح النظمة المتزنة $\{(B,4);(C,2);(D,1)\}$

0,25ن د) حدد مجموعة النقط $A(a)$ لكي تكون النقطة D تنتمي إلى المحور الحقيقي.

التمرين الثاني:(4 نقط)

نزود المجموعة $\mathbb{R}$ بقانون التركيب الداخلي * المعرف بما يلي :

$$\left(\forall(x,y)\in\mathbb{R}^2\right)\ ;\ x*y=x+y-3xy$$

0,25ن 1) أ) تحقق أن : $(1-3x)(1-3y)=1-3(x*y)\ ;\ \left(\forall(x,y)\in\mathbb{R}^2\right)$

المــــادة :	الرياضيات
الشعــب(ة):	شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب)

ب)بين أن $\left(\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{1}{3}\right\},*\right)$ زمرة تبادلية. 0,75ن

2) أ) بين أن التطبيق φ الذي يربط كل عدد حقيقي x بالعدد الحقيقي 0,5ن

$\varphi(x)=1-3x$ تشاكل تقابلي من $\left(\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{1}{3}\right\},*\right)$ نحو $(\mathbb{R}^*,\times)$

ب) بين أن : $\varphi^{-1}(\mathbb{R}_+^*)=\left]-\infty,\frac{1}{3}\right[$ 0,25ن

ج) بين أن $\left(\left]-\infty,\frac{1}{3}\right[,*\right)$ زمرة جزئية للزمرة $\left(\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{1}{3}\right\},*\right)$ 0,5ن

3) لكل x من المجموعة $\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{1}{3}\right\}$ و لكل n من $\mathbb{N}$ نضع : $x^{(0)}=0$

و $(\forall n\in\mathbb{N})\,;\,x^{(n+1)}=x^{(n)}*x$

أ) بين أن : $\varphi\left(x^{(n)}\right)=(\varphi(x))^n\quad;\ (\forall n\in\mathbb{N})\ \left(\forall x\in\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{1}{3}\right\}\right)$ 0,25ن

ب) استنتج $x^{(n)}$ بدلالة x و n . 0,5ن

4) نزود المجموعة $\mathbb{R}$ بقانون التركيب الداخلي T المعرف بما يلي :

$$\left(\forall(x,y)\in\mathbb{R}^2\right)\ ;\ xTy=x+y-\frac{1}{3}$$

أ) بين أن : $(\mathbb{R},T)$ زمرة تبادلية . 0,5ن

ب) بين أن : $(\mathbb{R},T,*)$ جسم تبادلي. 0,5ن

التمرين الثالث:(2,5نقط)

يحتوي صندوق على أربع كرات:كرة بيضاء و ثلاث كرات حمراء غير قابلة للتمييز باللمس .

نسحب عشوائيا كرة من الصندوق ,نسجل لونها ثم نعيدها إلى الصندوق.

نجري نفس التجربة لمرات متتابعة إلى أن نحصل لأول مرة على كرتين متتابعتين من نفس اللون و نوقف التجربة .

ليكن X المتغير العشوائي الذي يساوي رتبة السحبة التي توقفت فيها التجربة.

1) احسب احتمال كل حدث من الحدثين التاليين : $[X=2]$ و $[X=3]$ 1ن

2) ليكن k عدد صحيح طبيعي غير منعدم.

0,75ن أ)بين أن احتمال الحدث $[X=2k]$ هو $p_{2k}=\frac{5}{8}\left(\frac{3}{16}\right)^{k-1}$

0,75ن ب)بين أن احتمال الحدث $[X=2k+1]$ هو $p_{2k+1}=\left(\frac{3}{16}\right)^{k}$

التمرين الرابع:(10 نقط)

I- نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $I=\left]-\frac{1}{2},+\infty\right[$ بما يلي:

$$\begin{cases} f(x)=\dfrac{\ln(1+2x)}{x} \;;\; x\neq 0 \\ f(0)=2 \end{cases}$$

و ليكن (C) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O;\vec{i},\vec{j})$

0,5 1) بين أن الدالة f متصلة في الصفر .

2) لكل عدد حقيقي غير منعدم a من المجال I نعتبر الدالة العددية h_a للمتغير الحقيقي x المعرفة على المجال I بما يلي: $h_a(x)=\left(\ln(1+2a)-2a\right)x^2-\left(\ln(1+2x)-2x\right)a^2$

0,5 أ)احسب $h_a(a)$ و $h_a(0)$ ثم استنتج أنه يوجد عدد حقيقي b محصور بين 0 و a بحيث:

$$\frac{\ln(1+2a)-2a}{a^2}=\frac{-2}{1+2b}$$

0,75 ب)استنتج أن الدالة f قابلة للاشتقاق في الصفر و أن : $f'(0)=-2$.

0,5 3) أ)بين أن الدالة f قابلة للاشتقاق على المجال $I\setminus\{0\}$

و أن: $f'(x)=\dfrac{g(x)}{x^2(1+2x)}$; $(\forall x\in I\setminus\{0\})$ حيث: $g(x)=2x-(1+2x)\ln(1+2x)$

0,5 ب)بين أن : $g(x)<0$; $(\forall x\in I\setminus\{0\})$

0,25 ج)استنتج تغيرات الدالة f على المجال I .

0,5 4) أ)احسب النهايتين $\lim\limits_{\substack{x\to-\frac{1}{2}\\ x>-\frac{1}{2}}} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ثم أول هندسيا النتيجتين المحصل عليهما.

0,5 ب)بين أنه يوجد عدد حقيقي وحيد α من المجال $[1,2]$ بحيث : $f(\alpha)=1$

0,5 ج)أنشئ المنحنى (C) (نأخذ : $\alpha \approx 1,3$)

II - 1) نضع : $J=[1,\alpha]$ و $\varphi(x)=\ln(1+2x)$ $(\forall x \in I)$.

0,5 أ) بين الدالة φ قابلة للاشتقاق على المجال I و أن : $0<\varphi'(x)\leq \frac{2}{3}$; $(\forall x \geq 1)$

0,75 ب) تحقق أن : $\varphi(\alpha)=\alpha$ و أن : $\varphi(J)\subset J$

2) نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ المعرفة بما يلي: $u_0=1$ و $u_{n+1}=\ln(1+2u_n)$; $(\forall n \geq 0)$

0,5 أ)بين أن : $u_n \in J$; $(\forall n \geq 0)$

0,5 ب)بين أن : $|u_n-\alpha| \leq \left(\frac{2}{3}\right)^n$; $(\forall n \geq 0)$

0,5 ج)استنتج أن المتتالية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متقاربة و حدد نهايتها.

III-نعتبر الدالة العددية F المعرفة على المجال I بما يلي: $F(x)=\int_0^x f(t)dt$

0,5 1) أ)بين أن الدالة F قابلة للاشتقاق على المجال I ثم أحسب $F'(x)$

0,25 ب)استنتج منحى تغيرات الدالة F على المجال I .

0,5 2) أ) بين أن : $F(x)\geq \int_1^x \frac{\ln(1+2t)}{1+2t}dt$; $(\forall x \geq 1)$

0,5 ب) استنتج أن : $\lim_{x\to+\infty} F(x)=+\infty$

3) نفترض أن الدالة F تقبل نهاية منتهية ℓ على اليمين في $-\frac{1}{2}$

ونعتبر الدالة $\tilde{F}$ المعرفة على المجال $\left[-\frac{1}{2},+\infty\right[$ بما يلي: $\begin{cases} \tilde{F}(x)=F(x) \ ; \ x\in I \\ \tilde{F}\left(-\frac{1}{2}\right)=\ell \end{cases}$

0,5 أ) باستعمال مبرهنة التزايدات المنتهية بين أن : $F(x)-\ell \geq f(x)\left(x+\frac{1}{2}\right)$; $(\forall x \in I)$

0,5 ب) استنتج أن الدالة $\tilde{F}$ غير قابلة للاشتقاق على اليمين في $-\frac{1}{2}$