

نموذج اختبار البكالوريا في مادة الرياضيات

الشعبة : علوم الحياة و الأرض - علوم فيزيائية

تمرين 1

نعتبر في مجموعة الأعداد العقدية \mathbb{C} الحدودية P حيث:

$$P(z) = z^3 + (7-4i)z^2 + (9-16i)z - 9 - 21i$$

(1) أثبت أن المعادلة $P(z) = 0$ تقبل حلا حقيقيا z_0 يجب تحديده .

(2) اكتب $P(z)$ على الشكل $P(z) = (z - z_0)(z^2 + bz + c)$.

(3) احسب $(2-i)^2$ ثم حل في المجموعة \mathbb{C} المعادلة $P(z) = 0$.

تمرين 2

صندوق يحتوي على 8 أقراص صفراء و 15 حمراء لا يمكن التمييز بينها باللمس. نسحب عشوائيا على التوالي ودون إحلال قريصين من الصندوق .

1- احسب احتمال الحدث : E "القرص المسحوب الأول من اللون الأصفر"

2- نكرر هذه التجربة سبع مرات، و بعد كل تجربة نرجع القريصين إلى الصندوق .

ليكن X المتغير العشوائي الذي يأخذ القيمة المتمثلة في عدد مرات تحقق الحدث E خلال التجارب السبعة.

أ* أحسب احتمال الحدث A " الحدث E تحقق ثلاث مرات بالضبط "

ب* أحسب احتمال الحدث B " الحدث E تحقق ست مرات على الأقل "

تمرين 3

1. نعتبر الدالة g للمتغير الحقيقي x المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ كما يلي: $g(x) = x^2 + 3 - 2\ln x$.

(أ) ادرس تغيرات الدالة g .

(ب) استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0; +\infty[$.

2. لتكن f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ كما يلي:

$$f(x) = \frac{\ln x}{x} + \frac{x^2 - 1}{2x}$$

(C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد منظم $(O; \vec{i}, \vec{j})$ الوحدة $2cm$.

(أ) بين أنه ل كل x من المجال $]0; +\infty[$ لدينا: $f'(x) = \frac{g(x)}{2x^2}$.

استنتج تغيرات الدالة f .

(ب) احسب $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ ، أول هذه النتيجة مبيانيا.

(ج) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

ليكن (D) المستقيم الذي معادلته $y = \frac{1}{2}x$ ، احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(f(x) - \frac{1}{2}x \right)$ ثم أول النتيجة مبيانيا.

(د) أنشئ جدول تغيرات الدالة f .

(ه) أنشئ المستقيم (D) والمنحنى (C_f) الممثل للدالة f .

<http://www.9alami.com>

Ali TAMOUSSIT

حل مقترح

التمرين 1

نعلم أن $z_0^3 + (7-4i)z_0^2 + (9-16i)z_0 - 9 - 12i = 0$ و منه

$$\begin{cases} z_0^3 + 7z_0^2 + 9z_0 - 9 = 0 \dots (1) \\ 4z_0^2 - 16z_0 - 12 = 0 \dots (2) \end{cases}$$

و منه $z_0 = -3$. ومنه $P(z) = (z+3)(z^2 + bz + c)$ ، ننشر و بالمطابقة نجد: $b = 4 - 4i$ و

$$c = -3 - 4i$$

نضع $z^2 + 4(1-i)z - 3 - 4i = 0$ و $\Delta' = (2-i)^2$ و منه $z_1 = i$ و $z_2 = -4 + 3i$.

جذور $P(z)$ هي -3 ; i ; $-4 + 3i$.

التمرين 2

$$P(E) = \frac{8}{23}$$

$$P(A) = P(X = 3) = C_7^3 \times \left(\frac{8}{23}\right)^3 \times \left(\frac{15}{23}\right)^4 \approx 0.2664$$

$$P(B) = P(X \geq 6) = P(X = 6) + P(X = 7) = C_7^6 \times \left(\frac{8}{23}\right)^6 \times \left(\frac{15}{23}\right) + C_7^7 \times \left(\frac{8}{23}\right)^7 \approx 0.0087$$

التمرين 3

1. أ) لدينا : $\lim_{x \rightarrow 0} g(x) = +\infty$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = +\infty$

$$g'(x) = 2x - \frac{2}{x} = \frac{2(x^2 - 1)}{x} = \frac{2(x+1)(x-1)}{x}$$

نلاحظ بسهولة أن $g'(x)$ لها نفس إشارة $(x-1)$ على المجال $]0; +\infty[$.

و منه جدول تغيرات الدالة g .

x	0	1	+	$+\infty$
$g'(x)$		-	0	+
$g(x)$	$+\infty$			$+\infty$
		↘ ↗		
			4	

ب) من جدول تغيرات الدالة g نستنتج أن $g(x)$ موجبة قطعاً على المجال $]0; +\infty[$.

2. أ) من $f'(x) = \frac{g(x)}{2x^2}$ نستنتج أن $f'(x)$ لها نفس إشارة $g(x)$ ، وهذا يعني أن الدالة f تزايدية قطعاً على المجال $]0; +\infty[$.

$$(ب) \quad \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\ln x}{x} - \frac{x^2 - 1}{2x} \right) = -\infty$$

ومنه المستقيم الذي معادلته $x=0$ مقارب عمودي للمنحنى (C_f) .

$$(ج) \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$$

$$(د) \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(f(x) - \frac{1}{2}x \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{\ln x}{x} - \frac{1}{2x} \right) = 0$$

بجوار $+\infty$.

(د) جدول تغيرات الدالة f .

x	0	1	$+\infty$
$f'(x)$		+	
$f(x)$			$+\infty$

(هـ)

