نموذج امتحان لمادة الرياضيات

التمرين الأول: (4 نقط)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ممنظم $\left(o,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$.

(P) و(P') المستويين اللذين معادلتهما على التوالي: $x+2y-z+1=0$ و $-x+y+z=0$.

$A(0,1,1)$ نقطة من الفضاء.

1. برهن أن المستويين (P) و (P') متعامدان.
2. ليكن المستقيم (D) ذو التمثيل البارامتري :

$$\begin{cases} x = -\dfrac{1}{3} + t \\ y = -\dfrac{1}{3} \\ z = t \end{cases} \quad , t \in \mathbb{R} .$$

بين أن (P) و (P') يتقاطعان في (D).

3. أحسب المسافة بين النقطة A وكل من المستويين (P) و (P').
4. استنتج المسافة بين النقطة A و المستقيم (D).

التمرين الثاني: (4 نقط)

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة كما يلي:

$$\begin{cases} u_0 = e^3 \\ u_{n+1} = e\sqrt{u_n} \end{cases} .$$

(v_n) متتالية معرفة بـ: $v_n = \ln(u_n) - 2$.

1. اثبت أن (v_n) متتالية هندسية محددا أساسها و حدها الأول.
2. اكتب v_n بدلالة n ثم استنتج u_n بدلالة n.
3. بين أن: $\lim u_n = e^2$.
4. احسب المجموع $S_n = v_0 + v_1 + ... + v_n$.

التمرين الثالث:(5نقط)

لكل سؤال من الأسئلة التالية جواب واحد صحيح فقط. عين الجواب الصحيح معللا اختيارك.

يحتوي كيس على 8 كرات ،منها5 حمراء و 3 سوداء . لا يمكن التمييز بينها باللمس.

1. نسحب عشوائيا 3 كرات في آن واحد.

أ/احتمال سحب 3 كرات سوداء هو : ج1) $\frac{1}{56}$ ، ج2) $\frac{1}{120}$ ، ج3) $\frac{1}{3}$

ب/احتمال سحب 3 كرات من نفس اللون هو : ج1) $\frac{11}{56}$ ، ج2) $\frac{11}{120}$ ، ج3) $\frac{16}{24}$

2. نسحب عشوائيا كرة من الكيس، نسجل لونها ،ثم نعيدها إلى الكيس. نكرر هذه التجربة 5 مرات متتالية حيث التجارب مستقلة فيما بينها.

أ/ احتمال الحصول 5مرات على كرة سوداء هو :

ج1) $\left(\frac{3}{8}\right)^3\times\left(\frac{3}{8}\right)^2$ ج2) $\left(\frac{3}{8}\right)^5$ ج3) $\left(\frac{1}{5}\right)^5$

ب/ احتمال الحصول على 2 كرات سوداء و 3 حمراء هو:

ج1) $\left(\frac{5}{8}\right)^3\times\left(\frac{3}{8}\right)^2$ ، ج2) $10\times\left(\frac{5}{8}\right)^3\times\left(\frac{3}{8}\right)^2$ ، ج3) $2\times\frac{5}{8}+3\times\frac{3}{8}$.

التمرين الرابع: (7 نقط)

I- نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}-\{-1,1\}$ بـ : $f(x)=\frac{ax^3+x^2+b}{x^2-1}$.

(C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(o,\vec{i},\vec{j})$.

حدد العددين الحقيقيين a و b بحيث المستقيم ذو المعادلة $y=\frac{4}{9}x+\frac{25}{9}$ مماسا للمنحى (C_f) عند النقطة ذات الأفصول 2 .

II- نعتبر الدالة العددية g للمتغير الحقيقي x المعرفة على $D_g=[0,1[\cup]1,+\infty[$ بـ: $g(x)=\frac{x^3+x^2-1}{x^2-1}$

(C) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(o,\vec{i},\vec{j})$.

1. بين أنه لكل x من D_g : $g(x)=x+1+\frac{x}{x^2-1}$.
2. ادرس تغيرات الدالة g على D_g.
3. أثبت أن (C) يقبل مقاربا مائلا (Δ) معادلته : $y=x+1$ بجوار $+\infty$.
4. ادرس الوضع النسبي ل: (C) و (Δ).
5. بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $\frac{1}{2}<\alpha<\frac{4}{5}$.
6. ارسم(Δ) و (C).

http://www.9alami.com
Ali TAMOUSSIT