

نموذج امتحان مادة الرياضيات

التمرين الأول: (4 نقاط)

لكل سؤال من الأسئلة التالية جواب واحد صحيح فقط. حدد الجواب الصحيح مطلاً اختيارك.
الفضاء منسوب إلى معلم متعمد منظم $(o, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$

1. المستوى (P) ذو المعادلة: $2x + 3y - z + 4 = 0$ والمستقيم (D) المعروف بـ:

$$\begin{cases} x = t \\ y = t \\ z = 8 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$$

ج 1) متقارعان، ج 2) متوازيين، ج 3) (D) ضمن (P)

2. المسافة بين النقطة $A(1,2,-4)$ والمستوى (P) ذو المعادلة: $2x + 3y - z + 4 = 0$ هي:

$$\cdot \frac{16}{3} \quad \text{ج 3)} \quad , \quad \frac{8}{\sqrt{14}} \quad \text{ج 2)} \quad , \quad \frac{8\sqrt{14}}{7} \quad \text{ج 1)}$$

3. المسقط العمودي للنقطة $B(1,6,0)$ على المستوى ذو المعادلة: $x + 3y - z + 5 = 0$ هي النقطة ذات الإحداثيات:

ج 1) (2,3,1) ج 2) (3,0,2) ج 3) (-2,3,-6)

التمرين الثاني: (4 نقاط)

I- نعتبر المتالية العددية (v_n) المعروفة بـ: حيث $\alpha \in \mathbb{R}$

$$\begin{cases} v_0 = \alpha \\ v_{n+1} = \frac{1}{4}v_n + \frac{9}{4} \end{cases}$$

حدد قيمة العدد الحقيقي α حتى تكون المتالية (v_n) ثابتة.

II- نضع $\underline{\alpha = 4}$.

1. أحسب v_3, v_2, v_1 .

2. نعتبر المتالية (u_n) المعروفة بـ: $u_n = v_n - 3$:

أ/ أثبت أن (u_n) متالية هندسية محدداً أساسها وحدها الأول.

ب/ اكتب u_n بدلالة n ثم استنتج v_n بدلالة n .

ج/ احسب المجموع $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$ ثم استنتاج S_n بدلالة n .

د/ أحسب $\lim S_n$.

التمرين الثالث: (5 نقط)

I- نعتبر في المجموعة \mathbb{C} المعادلة : $z^3 + 2z^2 - 16 = 0$.

1. أثبت أن 2 حل للمعادلة (E) ، ثم بين أنه يمكن كتابة (E) على الشكل : $(z - 2)(az^2 + bz + c) = 0$ حيث a, b, c أعداد حقيقة يجب تحديدها.

2. استنتج حلول المعادلة (E) ثم اكتبها كتابة أسيّة .

II- المستوى العقدي منسوب إلى معلم متعمد منظم $(\bar{o}, \bar{i}, \bar{j})$ حيث الوحدة $1.cm$

1. أنشئ النقط C, B, A التي أحقها على التوالي: $z_C = -2 + 2i$ ، $z_B = 2 - 2i$ ، $z_A = -2 - 2i$.

2. احسب z_D لحق النقطة D لكي يكون الرباعي $ABDC$ متوازي أضلاع. أنشئ النقطة D .

3. لتكن E صورة D بالدوران الذي مركزه B وزاويته $\frac{\pi}{2}$ وletken F صورة D بالدوران الذي مركزه C وزاويته $\frac{\pi}{2}$.
أ/ أحسب z_E, z_F لحقى النقطتين E و F .
ب/ أنشئ النقطتين E و F .

4. تحقق من أن : $i = \frac{z_F - z_A}{z_E - z_A}$ ثم استنتاج طبيعة المثلث AEF .

التمرين الرابع: (7 نقط)

I- لتكن الدالة g المعرفة على \mathbb{R} بـ $g(x) = e^x + 2 - x$.
1. أدرس تغيرات الدالة g .

2. استنتاج لكل عدد حقيقي x : $g(x) > 0$.

II- نعتبر الدالة f المعرفة على \mathbb{R} بـ $f(x) = x + (x-1)e^{-x}$ تمثيلها المبيان في مستوى منسوب إلى معلم متعمد منظم $(\bar{o}, \bar{i}, \bar{j})$.

1. بين أنه لكل x من \mathbb{R} : $f'(x) = e^{-x}g(x)$.
2. أدرس تغيرات الدالة f .

3. بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل في \mathbb{R} حلًا وحيدًا α حيث: $0 < \alpha < \frac{1}{2}$.

4. أ/ أثبت أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x$ مقارب مائل لـ (C) بجوار ∞ .
ب/ أدرس الوضع النسبي لـ (C) و (Δ) .

5. ارسم (Δ) و (C) .

6. نرمز بـ $A(\alpha)$ إلى مساحة الحيز المحدد بالمنحنى (C) و المستقيم (Δ) و المستقيمين الذين معادلتهما: $x = \alpha$ و $x = 0$.

أ/تحقق أن من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x) - x = 1 + e^{-x} - f'(x)$.

ب/أثبت أن : $A(\alpha) = \frac{\alpha^2}{1 - \alpha}$