المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية
والتكوين المهني
المركز الوطني للتقويم والامتحانات والتوجيه

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
الدورة العادية 2014
الموضوع

NS 22

المادة	الرياضيات	مدة الإنجاز	3
الشعبة أو المسلك	شعبة العلوم التجريبية بمسالكها وشعبة العلوم والتكنولوجيات بمسلكيها	المعامل	7

تعليمات عامة

- يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة ؛
- عدد الصفحات: 3 (الصفحة الأولى تتضمن تعليمات ومكونات الموضوع والصفحتان المتبقيتان تتضمنان موضوع الامتحان) ؛
- يمكن للمترشح إنجاز تمارين الامتحان حسب الترتيب الذي يناسبه ؛
- ينبغي تفادي استعمال اللون الأحمر عند تحرير الأجوبة ؛
- بالرغم من تكرار بعض الرموز في أكثر من تمرين ، فكل رمز مرتبط بالتمرين المستعمل فيه ولا علاقة له بالتمارين السابقة أو اللاحقة .

مكونات الموضوع

- يتكون الموضوع من أربعة تمارين و مسألة مستقلة فيما بينها و تتوزع حسب المجالات كما يلي :

التمرين الأول	الهندسة الفضائية	3 نقط
التمرين الثاني	الأعداد العقدية	3 نقط
التمرين الثالث	المتتاليات العددية	3 نقط
التمرين الرابع	حساب الاحتمالات	3 نقط
المسألة	دراسة دالة وحساب التكامل	8 نقط

- بالنسبة للمسألة ، $\ln$ يرمز لدالة اللوغاريتم النبيري

الموضوع

التمرين الأول : (3 ن)

نعتبر، في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$، النقط $A(0,3,1)$ و $B(-1,3,0)$ و $C(0,5,0)$ و الفلكة (S) التي معادلتها : $x^2+y^2+z^2-4x-5=0$

0.75 — 1) أ- بين أن $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}=2\vec{i}-\vec{j}-2\vec{k}$ واستنتج أن النقط A و B و C غير مستقيمية

0.5 — ب- بين أن $2x-y-2z+5=0$ هي معادلة ديكارتية للمستوى (ABC)

0.5 — 2) أ- بين أن مركز الفلكة (S) هو النقطة $\Omega(2,0,0)$ و أن شعاعها هو 3

0.75 — ب- بين أن المستوى (ABC) مماس للفلكة (S)

0.5 — ج- حدد مثلوث إحداثيات H نقطة تماس المستوى (ABC) و الفلكة (S)

التمرين الثاني : (3 ن)

0.75 — 1) حل في مجموعة الأعداد العقدية $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2-z\sqrt{2}+2=0$

2) نعتبر العدد العقدي $u=\dfrac{\sqrt{2}}{2}+\dfrac{\sqrt{6}}{2}i$

0.5 — أ- بين أن معيار العدد u هو $\sqrt{2}$ و أن $\arg u\equiv\dfrac{\pi}{3}[2\pi]$

0.75 — ب- باستعمال كتابة العدد u على الشكل المثلثي ، بين أن u^6 عدد حقيقي

3) نعتبر، في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{e_1},\vec{e_2})$، النقطتين A و B اللتين لحقاهما على التوالي هما a و b بحيث $a=4-4i\sqrt{3}$ و $b=8$

ليكن z لحق نقطة M من المستوى و z' لحق النقطة M' صورة M بالدوران R الذي مركزه O و زاويته $\dfrac{\pi}{3}$

0.5 — أ- عبر عن z' بدلالة z

0.5 — ب - تحقق من أن B هي صورة A بالدوران R و استنتج أن المثلث OAB متساوي الأضلاع

التمرين الثالث : (3 ن)

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بما يلي : $u_0=13$ و $u_{n+1}=\dfrac{1}{2}u_n+7$ لكل n من IN

0.75 — 1) بين بالترجع أن $u_n<14$ لكل n من IN

2) لتكن (v_n) المتتالية العددية بحيث : $v_n=14-u_n$ لكل n من IN

1 — أ- بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $\dfrac{1}{2}$ ثم اكتب v_n بدلالة n

0.75 — ب- استنتج أن $u_n=14-\left(\dfrac{1}{2}\right)^n$ لكل n من IN ثم احسب نهاية المتتالية (u_n)

0.5 — ج- حدد أصغر قيمة للعدد الصحيح الطبيعي n التي يكون من أجلها $u_n>13,99$

التمرين الرابع : (3 ن)

يحتوي كيس على تسع بيدقات لا يمكن التمييز بينها باللمس وتحمل الأعداد : 0 و 0 و 0 و 0 و 0 و 1 و 1 و 1 و 1

1) نسحب عشوائيا و في آن واحد بيدقتين من الكيس

ليكن A الحدث : " مجموع العددين اللذين تحملاهما البيدقتين المسحوبتين يساوي 1 " 1

بين أن $p(A)=\frac{5}{9}$

2) نعتبر اللعبة التالية : يسحب سعيد عشوائيا و في آن واحد بيدقتين من الكيس و يعتبر فائزا إذا سحب بيدقتين تحمل كل واحدة منهما العدد 1

أ- بين أن احتمال فوز سعيد هو $\frac{1}{6}$ 1

ب- لعب سعيد اللعبة السابقة ثلاث مرات (يعيد سعيد البيدقتين المسحوبتين إلى الكيس في كل مرة) 1

ما هو الاحتمال لكي يفوز سعيد مرتين بالضبط ؟

المسألة : (8 ن)

I) لتكن g الدالة العددية المعرفة على $]0,+\infty[$ بما يلي : $g(x)=1-\frac{1}{x^2}+\ln x$

1) بين أن $g'(x)=\frac{2}{x^3}+\frac{1}{x}$ لكل x من $]0,+\infty[$ و استنتج أن الدالة g تزايدية على $]0,+\infty[$ 0.5

2) تحقق من أن $g(1)=0$ ثم استنتج أن $g(x)\leq 0$ لكل x من $]0,1]$ و $g(x)\geq 0$ لكل x من $[1,+\infty[$ 0.75

II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]0,+\infty[$ بما يلي : $f(x)=(1+\ln x)^2+\frac{1}{x^2}$

و ليكن (C) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$ (الوحدة : $1\,cm$)

1) بين أن $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} f(x)=+\infty$ و أول هندسيا النتيجة 0.5

2) أ- احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ 0.25

ب- بين أن $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{(1+\ln x)^2}{x}=0$ (يمكنك وضع $t=\sqrt{x}$) ثم بين أن $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}=0$ 1

ج- حدد الفرع اللانهائي للمنحنى (C) بجوار $+\infty$ 0.25

3) أ- بين أن $f'(x)=\frac{2g(x)}{x}$ لكل x من $]0,+\infty[$ ثم استنتج أن الدالة f تناقصية على $]0,1]$ و تزايدية على $[1,+\infty[$ 1.5

ب- ضع جدول تغيرات الدالة f على $]0,+\infty[$ ثم استنتج أن $f(x)\geq 2$ لكل x من $]0,+\infty[$ 1

4) أنشئ (C) في المعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$ (نقبل أن للمنحنى (C) نقطة انعطاف وحيدة تحديدها غير مطلوب) 0.75

5) نعتبر التكاملين I و J التاليين : $I=\int_1^e(1+\ln x)\,dx$ و $J=\int_1^e(1+\ln x)^2\,dx$

أ- بين أن $H:x\mapsto x\ln x$ دالة أصلية للدالة $h:x\mapsto 1+\ln x$ على $]0,+\infty[$ ثم استنتج أن $I=e$ 0.5

ب- باستعمال مكاملة بالأجزاء ، بين أن $J=2e-1$ 0.5

ج- احسب ب cm^2 مساحة حيز المستوى المحصور بين المنحنى (C) و محور الأفاصيل و المستقيمين اللذين معادلتاهما $x=1$ و $x=e$ 0.5