2011/2012

UNIVERSITE IBN TOFAIL
FACULTE DES SCIENCES
DEPARTEMENT DE PHYSIQUE

CONTROLE DE MECANIQUE DE ANALYTIQUE SMP (S6)

Le système étudié est une barre (***AB***), homogène rectiligne, de masse ***m***, de longueur ***2l*** et de centre ***G***, en mouvement dans le plan $(\overrightarrow{OY_0}, \overrightarrow{OZ_0})$ de manière que l'extrémité A (respectivement B) se déplace ***sans frottement*** le long de $(\overrightarrow{OZ_0})$ (respectivement $(\overrightarrow{OY_0})$).

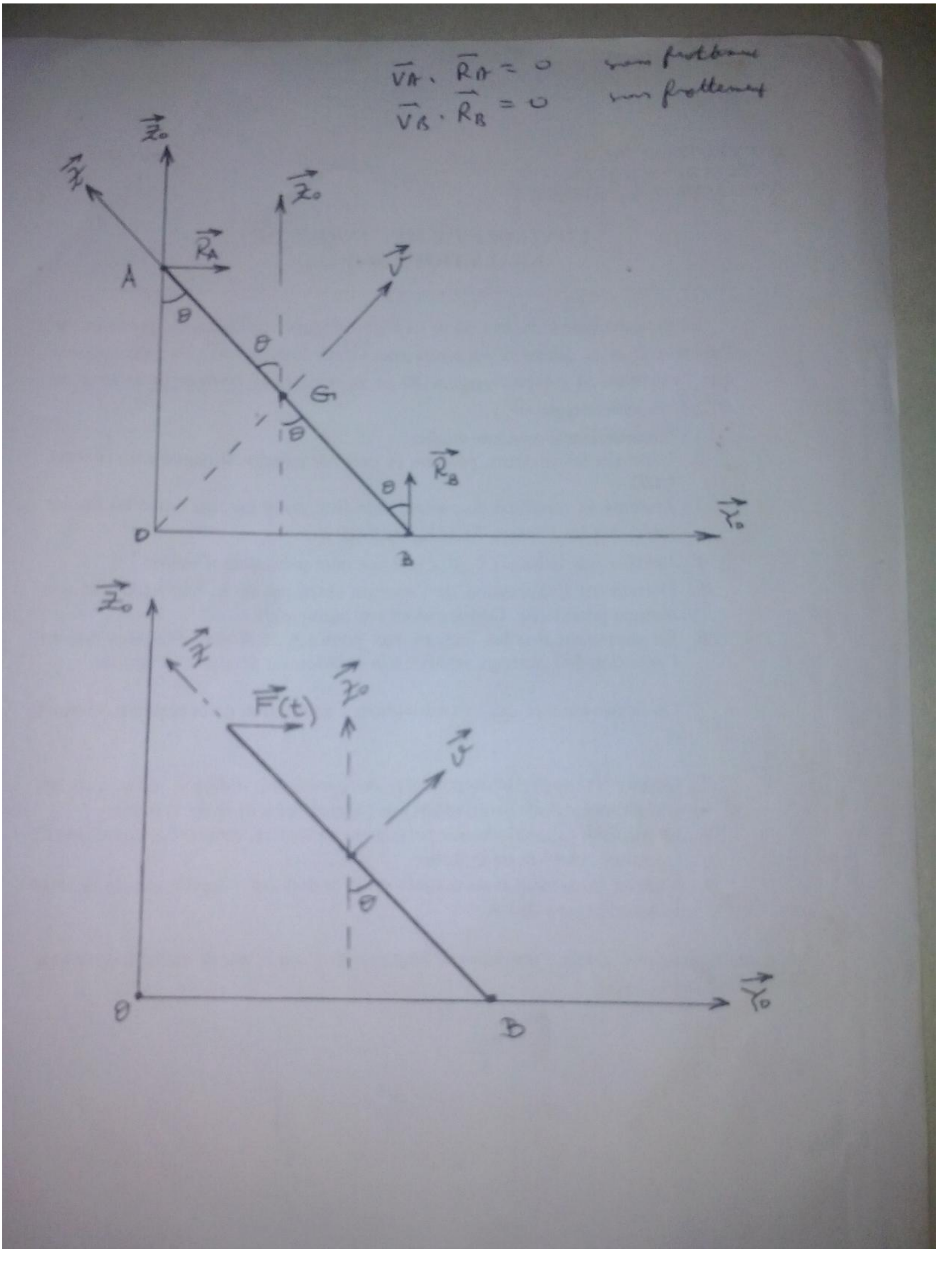
1. Paramétriser le système étudier.
2. Exprimer les vecteurs, position et celui de rotation instantané de la barre (***AB***).
3. Traduire la condition de contact sans frottement par une équation faisant intervenir les vitesses $\vec{V}(A/R_0)$ et $\vec{V}(B/R_0)$.
4. Justifier que la base $(\vec{X}_0, \vec{V}, \vec{Z})$ est une base principale d'inertie.
5. Déterminer l'expression de l'énergie cinétique de la barre (***AB***) et son énergie potentielle. Déduire alors son lagrangien.
6. En supposant que les liaisons aux points A et B sont parfaites donner l'équation de Lagrange relative à la coordonnée généralisée choisis.

   On désire dans ce qui suit déterminer l'expression de la réaction au point A .

7. Donner la nouvelle expression de l'énergie cinétique ainsi que son énergie potentielle en fonction des paramètres y et θ du système.
8. En utilisant la méthode des puissances virtuelles, donner les équations de Lagrange relatives au système.
9. Imposer la condition de contact en A et déduire l'expression de la force de réaction au point **A**.

On donne la matrice d'inertie d'une barre de longueur ***2l*** en son centre de masse dans sa base d'Inertie :

$$J_G(AB) = \begin{pmatrix} \frac{ml^2}{3} & & \\ & \frac{ml^2}{3} & \\ & & 0 \end{pmatrix}_{\vec{X}_0, \vec{V}, \vec{Z}}$$


VA · RA = 0 sans frottement
VB · RB = 0 sans frottement
Z0
Z
Z0
RA
A
θ
θ
V
G
θ
RB
θ
O
B
Y0
Z0
Z
F(t)
Z0
V
θ
O
B
Y0