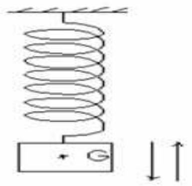
1- التمرين الأول :



نعتبر نواسا مرنا راسيا مكونا من نابض صلابته $K = 20N/m$ وجسم صلب كتلته S $m = 200g$.

نزيح الجسم S رأسيا نحو الأسفل عن موضع توازنه ب $3cm$ ثم نحرره بدن سرعة بدئية.

نعتبر معلما $(o,\vec{i})$ رأسيا موجها نحو الأسفل أصله 0 منطبق مع مركز قصور الجسم S عند التوازن G_O.

عند اللحظة $t = 0$ يمر الجسم من موضع توازنه المستقر G_O في المنحى الموجب.

1) أوجد إطالة النابض $\Delta\ell_o$ عند التوازن .

2) أوجد المعادلة التفاضلية للحركة.

3) أوجد المعادلة الزمنية للحركة .

4) احسب الدور الخاص لحركة المتذبذب.

نعطي : $g = 10N/Kg$

تصحيح:

1) المجموعة المدروسة { الجسم S }

جرد القوى :

الجسم عند التوازن يخضع للقوى التالية:
- $\vec{P}$: وزن الجسم .
- $\vec{T}_O$: القوة المقرونة بتوتر الخيط عند التوازن.شدتها $T_O = K\Delta\ell_O$

من خلال شرط الوازن لدينا : $T_O = P = m.g$ أي: $mg - K\Delta\ell_O = 0$ هذه العلاقة تعبر عن شرط التوازن.

ومنه إطالة النابض عند التوازن هي: $\Delta l_o = \frac{m.g}{K} = \frac{0{,}2Kg.10N/Kg}{20N/m} = 0{,}1m = 10cm$

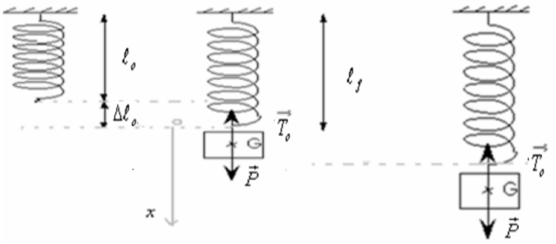
2) تطبيق القانون الثاني لنيوتن :

خلال حركته يخضع الجسم S للقوى التالية:
- $\vec{P}$: وزن الجسم
- $\vec{T}$: القوة المقرونة بتوتر الخيط خلال التذبذب. $\vec{T} = -K(\Delta\ell_0 + x)\vec{i}$

العلاقة : $\Sigma\vec{F} = m.\vec{a}_G$ تكتب كما يلي : $\vec{P} + \vec{T} = m.\vec{a}_G$

(2) $\vec{P} - K(\Delta\ell + x)\vec{i} = m.\vec{a}_G$

نعتبر معلما $(o,\vec{i})$ موجها نحو الأسفل أصله o. منطبق مع الطرف السفلي للنابض عند التوازن (انظر الشكل)



بإسقاط العلاقة (2) على المحور (o,x) نحصل على :

$$+P - K(\Delta l_o + x) = m.a_x$$

$$mg - K\Delta l_o - Kx = m.\ddot{x}$$

وبما أنه من خلال شرط التوازن $mg - K\Delta\ell_O = 0$ فإن العلاقة السابقة تصبح:

$-Kx = m.\ddot{x}$ أي: $\ddot{x} + \frac{K}{m}x = 0$ المعادلة التفاضلية لحركة النواس المرن الراسي.

3) حل المعادلة التفاضلية السابقة يكتب كما يلي : $x(t) = x_m\cos(\omega_o t + \varphi)$

من خلال المعطيات لدينا : $x_m = 3cm$

ومن خلال الشروط البدئية لدينا عند اللحظة $t = o$ ، $x = o$ إذن : $o = x_m\cos\varphi \Leftarrow \cos\varphi = 0 \Leftarrow \varphi = \pm\frac{\pi}{2}$ وبما انه عند

اللحظة $t = o$ يمر الجسم من موضع توازنه في المنحى الموجب $v > o$ عند هذه اللحظة

وبما أن : $x(t) = x_m\cos(\omega_o t + \varphi)$ فإن : $v = \dot{x} = -x_m\omega_o\sin(\omega_o.t + \varphi)$

و عند $t = 0$ لدينا $v = -x_m\omega_o\sin\varphi > 0 \Leftarrow \sin\varphi < 0 \Leftarrow \varphi < 0$ إذن : $\varphi = -\frac{\pi}{2}$

وبالتالي : $x(t) = 3.10^{-2}\cos(\omega_o.t - \frac{\pi}{2})$

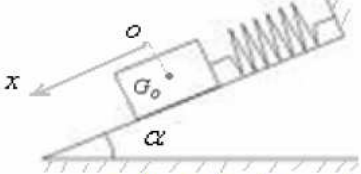
4)النبض الخاص : $\omega_o = \sqrt{\frac{K}{m}} = \sqrt{\frac{20}{0{,}2}} = \sqrt{100} = 10rad/s$

الدور الخاص: $T_O = \frac{2\pi}{\omega_o} = \frac{2\pi}{10}0{,}628s = 628ms$

2- التمرين الثاني :

جسم صلب كتلته $m = 100g$ بإمكانه أن ينزلق بدون احتكاك فوق نضد هوائي ، مائل بزاوية $\alpha = 10°$ بالنسبة للمستوى الأفقي.

هذا الجسم مرتبط بنابض كما يبينه الشكل التالي:



علما أن إطالة النابض عند التوازن $\Delta\ell_o = 8cm$ ، وشدة الثقالة $g = 9{,}8N/kg$.

1)أوجد إطالة النابض.

2) نزيح الجسم الصلب عن موضع توازنه المستقر نحو الأسفل ب: $3cm$ ثم نحرره بدون سرعة بدئية .

1-2)أوجد المعادلة التفاضلية للحركة.

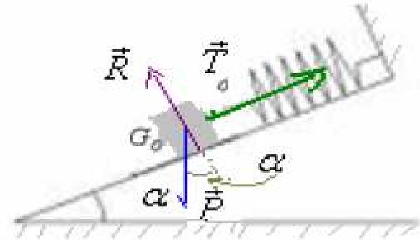
2-2: علما أن مركز قصور الجسم يمر، عند اللحظة $t = 0$ من النقطة ذات الأفصول $x = +1{,}5cm$ ومنه : في المنحى الموجب .

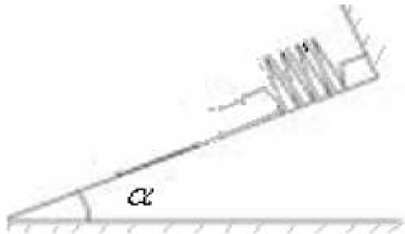
أوجد المعادلة الزمنية للحركة التذبذبية .

3-2) احسب الدور الخاص للحركة التذبذبية.

تصحيح:

① دراسة التوازن:





موضع التوازن

عند التوازن ، يخضع الجسم الصلب للقوى التالية :

$\vec{P}$: وزنه .

$\vec{R}$: القوة المطبقة من طرف سطح التماس ، وهي عمودية على السطح ، لأن التماس يتم بدون احتكاك.

$\vec{T}_O$: القوة المقرونة بتوتر النابض عند التوازن ، شدتها: $T_O = k.\Delta\ell_o$.

لدينا عند التوازن : $\vec{P} + \vec{T}_O + \vec{R} = \vec{0}$

بالإسقاط على المحور ox :

$\Leftarrow + P\sin\alpha - T_O + 0 = 0$ $\quad$ $m.g.\sin\alpha - k.\Delta\ell_o = 0$ وهو شرط التوازن .

ومنه : $$k = \frac{m.g.\sin\alpha}{\Delta\ell_o} = \frac{0{,}1kg \times 9{,}8N.kg^{-1} \times \sin 10}{8\times10^{-2}\,m} \approx 2{,}13N/m$$

② 1-2) خلال الحركة التذبذبية يخضع الجسم الصلب للقوى التالية:

$\vec{P}$: وزنه .

$\vec{R}$: القوة المطبقة من طرف سطح التماس ، وهي عمودية على السطح ، لأن التماس يتم بدون احتكاك.

$\vec{T}$: القوة المقرونة بتوتر النابض عند التوازن ، شدتها: $\vec{T} = -k(x + .\Delta\ell_o)\vec{i}$.

تطبيق القانون الثاني لنيوتن :

$$\vec{P} + \vec{T} + \vec{R} = m.\vec{a}_G$$

بإسقاط العلاقة السابقة على المحور ox.

$$+P\sin\alpha + 0 - k(x + \Delta\ell_0) = m.a_x$$

أي: $$mg.\sin\alpha - k.x - k\Delta\ell_o = m.\ddot{x} \quad (2)$$

ومن خلال شرط الوازن لدينا : $m.g.\sin\alpha - k.\Delta\ell_o = 0$ إذن العلاقة (2) تصبح : $-k.x = m.\ddot{x}$

$\Leftarrow$ $m.\ddot{x} + k.x = 0$ أي: $\ddot{x} + \frac{k}{m}.x = 0$

2-2) المعادلة الزمنية للحركة:

حل المعادلة التفاضلية $\ddot{x} + \frac{k}{m}.x = 0$ هي عبارة عن دالة جيبية على الشكل : $x = x_m.\cos(\omega_o.t + \varphi)$

مع : $x_m = 3cm = 3\times10^{-2}m$

النبض الخاص: $\omega_o = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{2{,}13}{0{,}1}} = 4{,}61rad/s$

إذن الحل يصبح : $x = 3\times10^{-2}.\cos(4{,}61.t + \varphi)$

تحديد الطور φ عند أصل التواريخ: من خلال الشروط البدئية لدينا : عند اللحظة $t = 0$ ، $x = +1{,}5cm = 1{,}5\times10^{-2}m$.

بالتعويض في الحل السابق : $x = x_m.\cos(\omega_o.t + \varphi)$ نحصل على : $1{,}5\times10^{-2} = 3\times10^{-2}.\cos(\varphi)$

ومنه : $\cos\varphi = 0{,}5$ $\Leftarrow$ $\varphi = \cos^{-1}(0{,}5) = \pm\frac{\pi}{3}$

وبما أن الجسم يمر من هذه النقطة عند أصل التواريخ في المنحى الموجب ، فإن $v > 0$.(عند $t = 0$).

لدينا : $x = x_m.\cos(\omega_o.t + \varphi)$

إذن : $v = \dot{x} = -x_m.\omega_o.\sin(\omega_o.t + \varphi)$

وعند $t = o$ ، $v = \dot{x} = -x_m.\omega_o.\sin\varphi > 0$ $\Leftarrow$ $\sin\varphi < 0$ $\Leftarrow$ $\varphi < 0$

إذن : $\varphi = -\frac{\pi}{3}$ وبالتالي المعادلة الزمنية للحركة هي : $x = 3\times10^{-2}.\cos(4{,}61.t - \frac{\pi}{3})$

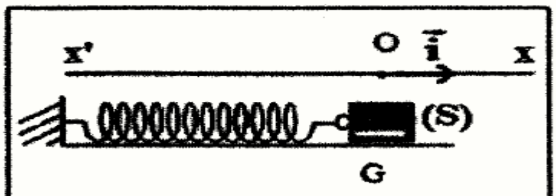
3-2) الدور الخاص : $T_O = \frac{2.\pi}{\omega_o} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 1{,}36s$

****

3-موضوع الامتحان الوطني علوم الحياة والأرض الدورة الاستدراكية 2010

خلال حصة للأشغال التطبيقية قام التلاميذ بدراسة المجموعة المتذبذبة {جسم صلب – نابض أفقي}، قصد تحديد الصلابة K للنابض وإبراز سلوك نفس المجموعة من الناحية الطاقية.

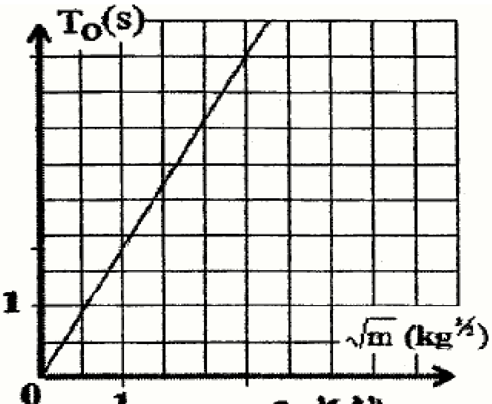
1. التذبذبات الميكانيكية الحرة في حالة الخمود المهمل



الشكل 1

تتكون المجموعة المتذبذبة من جسم صلب (S) مركز قصوره G وكتلته m ، مثبت بطرف نابض أفقي لفاته غير متصلة وكتلته مهملة وصلابته K. الجسم (S) قابل للانزلاق بدون احتكاك على نضد هوائي أفقي (الشكل 1).

تمت إزاحة الجسم (S) أفقيا عن موضع توازنه بالمسافة x_m في المنحى الموجب للمعلم (O , $\vec{i}$) وتحريره بدون سرعة بدئية عند



الشكل 2

اللحظة $t=0$. عند التوازن يكون أفصول G منعدما $(x_G = 0)$.

1.1. بتطبيق القانون الثاني لنيوتن، أثبت المعادلة التفاضلية التي يحققها الأفصول x لمركز القصور G.

2.1. يكتب حل المعادلة التفاضلية كالتالي: $x(t) = x_m.\cos(\frac{2\pi}{T_0}.t+\varphi)$.

أوجد تعبير T_0 الدور الخاص للمتذبذب.

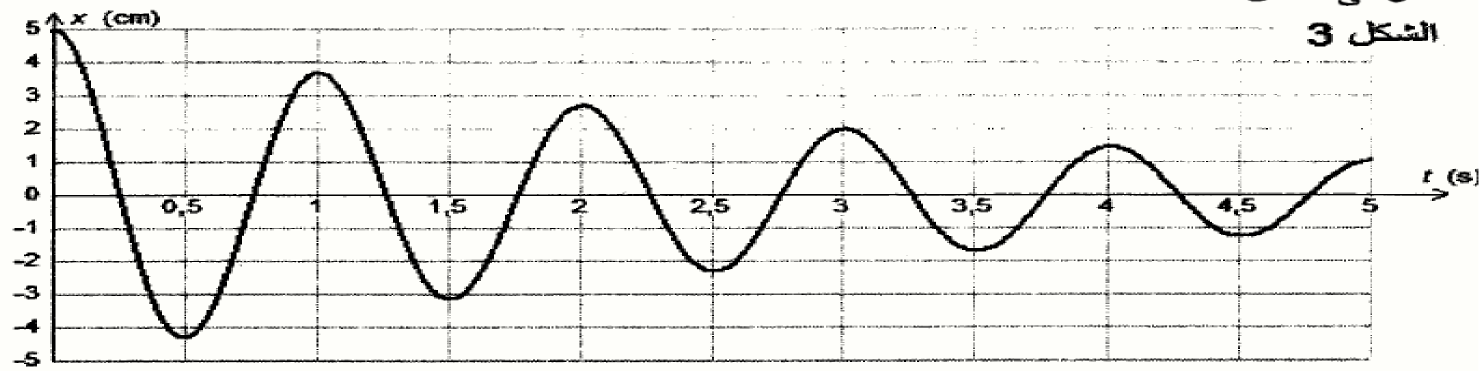
3.1. لدراسة تأثير الكتلة على قيمة الدور الخاص للمتذبذب، قام التلاميذ بقياس T_0 بالنسبة لأجسام ذات كتل m مختلفة. مكنت النتائج التجريبية المحصلة من تمثيل تغيرات T_0 بدلالة $\sqrt{m}$ (الشكل2).

حدد قيمة الصلابة K.

2. التذبذبات الميكانيكية الحرة في حالة الخمود

خلال حركة المجموعة المتذبذبة {جسم صلب – نابض} تم بواسطة جهاز ملائم الحصول على مخطط المسافات الممثل في الشكل 3.

الشكل 3



1.2. حدد صنف الخمود الذي يبرزه الشكل 3 .

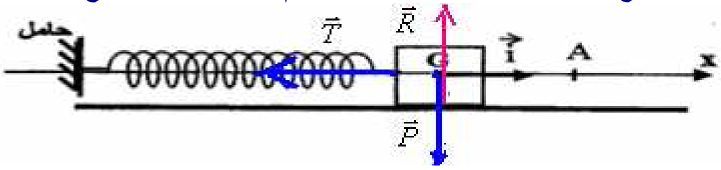
2.2. أحسب $W(\vec{F})$ شغل القوة المطبقة من طرف النابض على (S) بين اللحظتين $t_1=0$ و $t_2=3s$.

3.2. أوجد قيمة $\Delta E_m = E_{m_2} - E_{m_1}$ تغير الطاقة الميكانيكية للمجموعة المتذبذبة بين اللحظتين t_1 و t_2، واعط تفسيرا للنتيجة المحصلة.

تصحيح:

1 --1-1- ■ المجموعة المدروسة –الجسم S-

■ جرد القوى : الجسم S يخضع للقوى التالية : $\vec{P}$: وزن الجسم ، $\vec{R}$ - تأثير السطح و : $\vec{T}$: توتر النابض.



■ تطبيق القانون الثاني لنيوتن : $\vec{P}+\vec{R}+\vec{T}=m.\vec{a}_G$. مع : $\vec{T}=-k.x.\vec{i}$ قوة ارتداد.

$$\vec{P}+\vec{R}-k.x.\vec{i}=m.\vec{a}_G$$

■ بالاسقاط على المحور ox: $0+0-k.x=m.\ddot{x} \Leftarrow m.\ddot{x}+kx=0$ أي : $\ddot{x}+\frac{k}{m}x=0$

2-1- الحل : $x=x_m.\cos(\omega_o t+\varphi)$ مع : $\omega_o=\frac{2\pi}{T_o} \Leftarrow \dot{x}=-x_m.\omega_o.\sin(\omega_o t+\varphi)$ و:

$$\ddot{x}=-.x_m.\omega_o^2.\cos(\omega_o t+\varphi))=-x_m.\omega_o^2$$

بالتعويض في المعادلة التفاضلية : $-x.\omega_o^2+\frac{k}{m}x=0 \Leftarrow -\omega_o^2+\frac{k}{m}=0 \Leftarrow \omega_o^2=\frac{k}{m}$ ومنه $\omega_o=\sqrt{\frac{k}{m}} \Leftarrow T_o=\frac{2\pi}{\omega_o}=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$

3-1- لدينا : $T_o=\frac{2\pi}{\sqrt{k}}\times\sqrt{m}$ من خلال المعامل الموجه : $\frac{2\pi}{\sqrt{k}}=\frac{4,5}{2,5} \Leftarrow k=\frac{4.\pi^2.2,5^2}{4,5^2}=12,2N/m$

2 -1-2- النظام شبه دوري $\Leftarrow$ خمود ضعيف الذي نحصل عليه في حالة الاحتكاك مع مائع.

2-2 - $W\vec{F}_{M_1\to M_2}=\frac{1}{2}K(x_1^2-x_2^2)=0,5\times12,2.\left[(5.10^{-2})^2-(2.10^{-2})^2\right]=12,8.10^{-3}J$

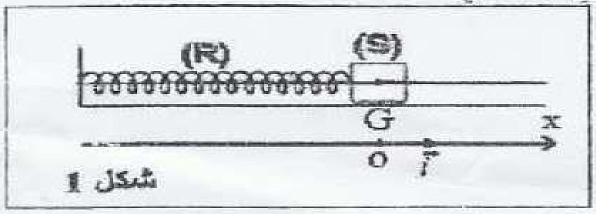
3-2 $\Delta E_m=E_{m2}-E_{m1}$ مع : $E_{m1}=E_{c1}+E_{pe1}$ و : $E_{m2}=E_{c2}+E_{pe2}$

نعلم أن سرعة المتذبذب تنعدم عندما تكون الستطالة قصوية او دنوية $\Leftarrow$ E_{c2} و E_{c1} منعدمتية .

$\Leftarrow E_{m1}=E_{pe1}$ و : $E_{m2}=E_{pe2}$ ومنه : $\Delta E_m=E_{pe2}-E_{pe1}=\frac{1}{2}k(x_2^2-x_1^2)=-12,8.10^{-3}J$ انخفاض الطاقة الميكانيكية ناتج عن وجود الاحتكاك .

4-موضوع الدورة الاستدراكية الحياة والأرض 2008

تحدث الزلازل اهتزازات أرضية تنتشر في جميع الاتجاهات يمكن تسجيلها بواسطة جهاز يدعى مسجل الهزّات الأرضية (Sismographe). يؤدي مسجل الهزّات وظيفته وفق مبدأ المتذبذب {جسم صلب ـــ نابض}، الذي يمكن أن يكون في وضع رأسي أو أفقي.



شكل 1

سنهتم في هذا التمرين بدراسة المجموعة المتذبذبة { جسم صلب — نابض أفقي}.
نثبت بطرف نابض (R) لفاته غير متصلة وكتلته مهملة وصلابته K، جسما صلبا (S) مركز قصوره G وكتلته $m = 92\ g$. الجسم (S) قابل للانزلاق على مستوى أفقي.
لدراسة حركة مركز القصور G للجسم (S) نختار معلما $(O,\vec{i})$. عند التوازن يكون أفصول G منعدما (شكل 1).

1. دراسة المجموعة المتذبذبة في حالة إهمال الاحتكاكات

نزيح الجسم (S) أفقيا عن موضع توازنه في المنحى الموجب بالمسافة $X_m = 4cm$ ونحرره بدون سرعة بدئية عند اللحظة $t = 0$.

1.1. بتطبيق القانون الثاني لنيوتن، أثبت المعادلة التفاضلية التي يحققها الأفصول x لمركز القصور G. استنتج طبيعة حركة الجسم (S).

2.1. احسب صلابة النابض علما أن الدور الخاص للمجموعة المتذبذبة هو $T_0 = 0,6\ s$.

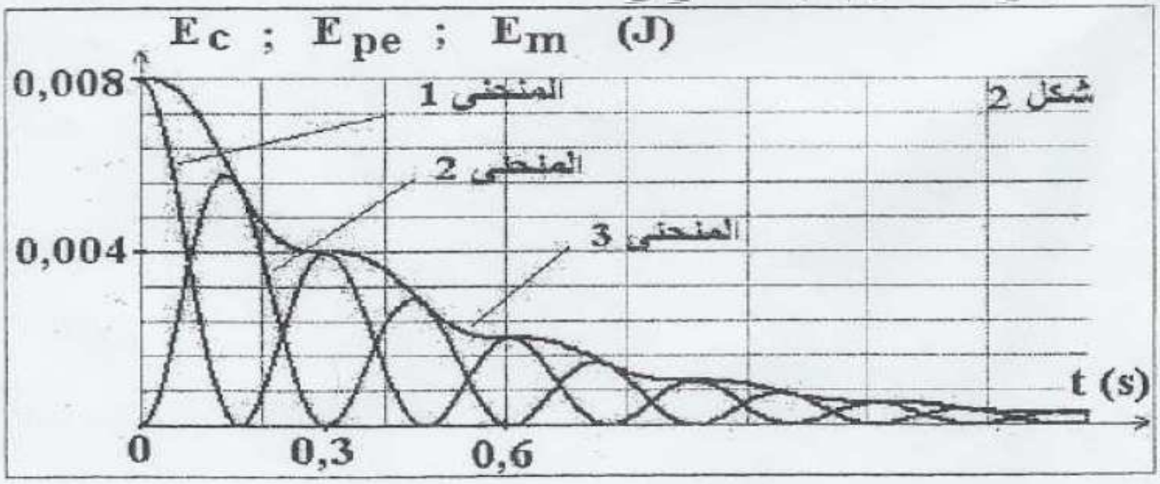
3.1. أكتب المعادلة الزمنية للحركة.

4.1. حدد منحى وشدة قوة الارتداد $\vec{F}$ المطبقة من طرف النابض على الجسم (S) عند اللحظة $t_1 = 0,3s$.

2. الدراسة الطاقية للمجموعة المتذبذبة

نختار الحالة التي يكون فيها النابض غير مشوه مرجعا لطاقة الوضع المرنة، والمستوى الأفقي الذي يشمل مركز القصور G مرجعا لطاقة الوضع الثقالية. نعتبر عند أصل التواريخ أن أفصول مركز قصور الجسم هو $+X_m$.

تمثل الوثيقة المبينة في الشكل (2) تغيرات الطاقة الحركية E_C وطاقة الوضع المرنة E_{pe} والطاقة الميكانيكية E_m للمجموعة المتذبذبة بدلالة الزمن.



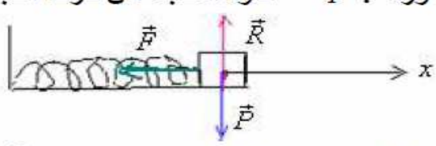
1.2. عين، معللا جوابك، المنحنى الممثل لكل من E_{Pe} و E_m.

2.2. فسر تناقص الطاقة الميكانيكية E_m.

3.2. أوجد قيمة شغل القوة المطبقة من طرف النابض على الجسم (S) بين اللحظتين $t = 0$ و$t_1 = 0,3s$.

تصحيح موضوع الدورة الاستدراكية الحياة والأرض 2008

(1-1) الجسم S **يخضع خلال حركته للقوى التالية : وزنه :** $\vec{P}$ **القوة المطبقة من طرف النابض** $\vec{F}$ **وتأثير سطح التماس** $\vec{R}$.



بتطبيق القانون الثاني لنيوتن : $\Sigma\vec{F} = m.\vec{a}_G$

$\vec{P} + \vec{F} + \vec{R} = m.\vec{a}_G$ **ولدينا:** $\vec{F} = -K.x.\vec{i}$

$\Leftarrow$ $\vec{P} - K.x.\vec{i} + \vec{R} = m.\vec{a}_G$

بالإسقاط على المحور ox : $0 - K.x + 0 = m.a_x$

أي: $m.\ddot{x} + K.x = 0$

المعادلة التفاضلية للحركة: $\ddot{x} + \frac{K}{m}.x = 0$ **حركة الجسم** S **مستقيمية تذبذبية وجيبية نبضها الخاص :** $\omega_0 = \sqrt{\frac{K}{m}}$

2-1) الدور الخاص للحركة : $T_0=\frac{2\pi}{\omega_0}=\frac{2\pi}{\sqrt{\frac{K}{m}}}=2\pi\sqrt{\frac{m}{K}}$ $\Leftarrow$ $T_0^2=4\pi^2\frac{m}{K}$ $\Leftarrow$ $K=\frac{4\pi^2.m}{T_0^2}=\frac{4\pi^2\times 92\times10^{-3}}{(0,6)^2}=10N/m$

3-1) المعادلة الزمنية للحركة : $x=x_m.\cos(\frac{2\pi}{T_0}.t+\varphi)=4\times10^{-2}.\cos(\frac{2\pi}{0,6}.t+\varphi)$ أي : $x=4\times10^{-2}.\cos(\frac{10\pi}{3}.t+\varphi)$

ولدينا عند اللحظة : $t=0$ ، $x=4\times10^{-2}m$ $\Leftarrow$ $\cos\varphi=1$ $\Leftarrow$ $\varphi=0$. وبالتالي : $x=4\times10^{-2}.\cos\frac{10\pi}{3}.t$

4) عند اللحظة $t=0,3s$ $x=4.10^{-2}\cos\frac{10\pi}{3}\times0,3=4.10^{-2}.\cos\pi=-4\times10^{-2}m$ قوة الإرتداد : $\vec{F}=-K.x.\vec{i}$

مع : $x<0$ $\Leftarrow$ القوة $\vec{F}$ لها نفس منحى $\vec{i}$ شدتها : $F=-K.x=-10N.m^{-1}\times(-4\times10^{-2}m)=0,4N$

أي النابض مكبس يسلط قوة دافعة ، قوة ارتداد تسعى على رد الجسم S إلى موضع توازنه المستقر.

2) الدراسة الطاقية للمجموعة المتذبذبة : 1-2) طاقة الوضع المرنة : $E_{pe}=\frac{1}{2}K.x^2$

عند اللحظة t=0 ، $x=x_m$ $\Leftarrow$ $Epe=\frac{1}{2}.10.(4.10^{-2})^2=0,008J$ $\Leftarrow$ المنحنى (1) يمثل Epe

وبما أن : $Ec=\frac{1}{2}mv^2$ وعند $t=0$ ، $v=0$ أي : $Ec=0$ $\Leftarrow$ المنحنى (2) يمثل Ec

في كل لحظة لدينا : $E_m=E_c+E_{pe}$ $\Leftarrow$ المنحنى (3) يمثل E_m.

2-2) يعزى تناقص الطاقة الميكانيكية إلى وجود الاحتكاك .

3-2) شغل القوة المطبقة من طرف النابض على الجسم بين اللحظتين $t_o=0$ و $t_3=0,3s$ هو :

$W\vec{F}=\frac{1}{2}K(x_0^2-x_3^2)$ لدينا : $x_0=x_m=4\times10^{-2}m$

نعلم أن : $Ep_{e3}=\frac{1}{2}Kx_3^2$ ومبيانيا عند اللحظة $t=0,3s$ ، $Ep_{e3}=0,004J$ $\Leftarrow$ $x_3^2=2\frac{Epe3}{K}=2\times\frac{0,004}{10}=8\times10^{-4}$

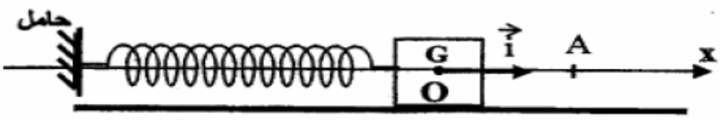
$$W\vec{F}=\frac{1}{2}K(x_0^2-x_3^2)=\frac{1}{2}.10(16.10^{-4}-8.10^{-4})=4.10^{-3}J$$

5- موضوع الدورة العادية علوم رياضية 2010

المجموعة الميكانيكية المتذبذبة هي مجموعة ميكانيكية تنجز حركة دورية ذهابا وإيابا حول موضع توازنها المستقر .

يتكون نواس مرن أفقي من جسم صلب (S) كتلته m ، مثبت بطرف نابض لفاته غير متصلة وكتلته مهملة وصلابته K .

الطرف الآخر للنابض مثبت في حامل ثابت كما يبين الشكل (2) .



شكل 2

عند التوازن ، ينطبق مركز القصور G للجسم (S) مع الأصل O لمعلم الفضاء $(O,\vec{i})$ المرتبط بالأرض.

نزيح الجسم (S) عن موضع توازنه في المنحى الموجب إلى أن ينطبق مركز قصوره G مع نقطة A تبعد عن O بمسافة d .

نعتبر الحالتين التاليتين :

– **الحالة الأولى** : نحرر الجسم (S) عند النقطة A ، بدون سرعة بدئية ، عند لحظة $t=0$.

– **الحالة الثانية** : نرسل الجسم (S) انطلاقا من النقطة A في المنحى السالب، بسرعة بدئية $\vec{v}_A$، عند لحظة $t=0$.

في الحالتين ينجز الجسم (S) حركة تذبذبية حول موضع توازنه O .

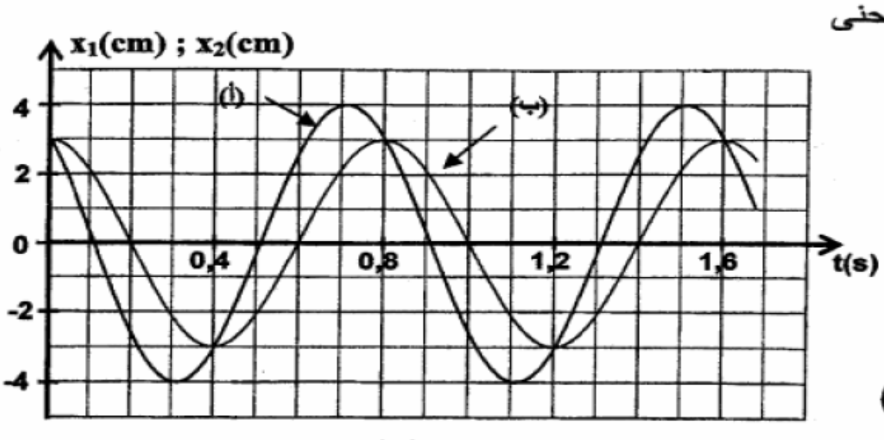
1– أثبت المعادلة التفاضلية التي يحققها الأفصول x لمركز القصور G.

2– أوجد التعبير الحرفي للدور الخاص T_0 للمتذبذب ليكون حل المعادلة التفاضلية هو :

$$x=x_m.\cos\left(\frac{2\pi}{T_0}\cdot t+\varphi\right).$$

3– نحصل ، بواسطة جهاز ملائم ، على منحنى تطور الأفصولين x_1 و x_2 لمركز قصور الجسم(S) ، تباعا ، في الحالتين الأولى والثانية ، كما يبين الشكل (3) .

عين ، معللا جوابك ، المنحنى الموافق لحركة المتذبذب في الحالة الأولى.



شكل 3

4– نعتبر المتذبذب في الحالة الثانية ، ونرمز لوسع حركته بـــ x_{m2} وللطور عند أصل التواريخ بـــ φ_2.

4.1– حدد من المبيان الممثل في الشكل(3) قيمة المسافة d وقيمة الوسع x_{m2}.

4.2– بتطبيق انحفاظ الطاقة الميكانيكية ، بين أنه يمكن التعبير عن الوسع x_{m2} بالعلاقة :

$$x_{m2}=\sqrt{\frac{m.v_A^2}{K}+d^2} .$$

4.3– أوجد تعبير $\tan\varphi_2$ بدلالة d و x_{m2} .

-تصحيح موضوع الدورة العادية علوم رياضية 2010

1- المجموعة المدروسة: الجسم (S)

- جرد القوى:

$\vec P$: وزن الجسم.

$\vec T$: القوة المقرونة بتوتر النابض.

$\vec R$: القوة المقرونة بتأثير السطح.

تطبيق القانون الثاني لنيوتن :

$$\boxed{\vec P+\vec T+\vec R=m\vec a}$$

نسقط العلاقة على المحور (Ox)

$$0-Kx+0=ma_x=m\frac{d^2x}{dt^2}$$

2- $T_o=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$

3- الحالة الأولى :تم تحرير الجسم بدون سرعة بدية سيحتفظ بالوسع $x_{1m}=3cm$ وهو يوافق المنحنى (ب)

الحالة الثانية : الجسم تم تحريره بسرعة بدئية سيصبح وسع حركته اكبر وهو يوافق المنحنى (أ) $x_{2m}=4cm$.

4- 1-4 $d=3cm$ و $x_{2m}=4cm$ 4-2- بتطبيق قانون انحفاظ الطاقة الميكانيكية للمجموعة المتذبذبة في الحالة 2 بين الموضع A والموضع الموافق ل: $x_2=x_{2m}$ حيث تصبح السرعة منعدمة : $E_{cA}+E_{eA}=0+E_{e\,max}$ ⇐ $\frac{1}{2}m.v_A^2+\frac{1}{2}k.d^2=\frac{1}{2}K.x_{2m}^2$ ومنه :

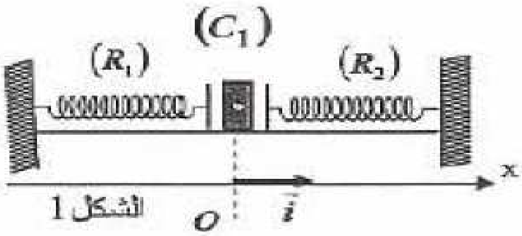
$x_{2m}=\sqrt{\frac{m.v_A^2}{K}+d^2}$ 4-3- من خلال الشروط البدئية لدينا : $d=x_{2m}.\cos\varphi_2$ ⇐ $\cos\varphi_2=\frac{d}{x_{2m}}$ ولدينا: عند t=0 ، v<0 ⇐

$-x_{2m}.\frac{2\pi}{T_o}\sin\varphi_2<0$ أي: $\sin\varphi_2>0$ ⇐ $\varphi_2>0$ ومن جهة أخرى لدينا : $(tg\varphi)^2=\frac{1}{(\cos\varphi)^2}-1$ ومنه $tg\varphi_2=\sqrt{\left(\frac{x_{2m}}{d}\right)^2-1}$

6-موضوع علوم رياضية الدورة الاستدراكية 2008

أثناء إجراء البحوث داخل مركبة فضائية في مدارها حول الأرض، يقوم رجل الفضاء بقياس كتل بعض الأجسام، و ذلك باستعمال جهاز مكون من مقصورة (A) كتلتها $m=200\,g$ قابلة للانزلاق على مستوى أفقي بدون احتكاك. المقصورة مرتبطة بطرفي نابضين (R_1) و (R_2) لهما نفس الصلابة k و نفس الطول الأصلي l_0. الطرف الآخر لكل نابض مثبت بحامل ثابت (شكل1).

عند التوازن يكون طول كل نابض أكبر من طوله الأصلي.



الشكل1

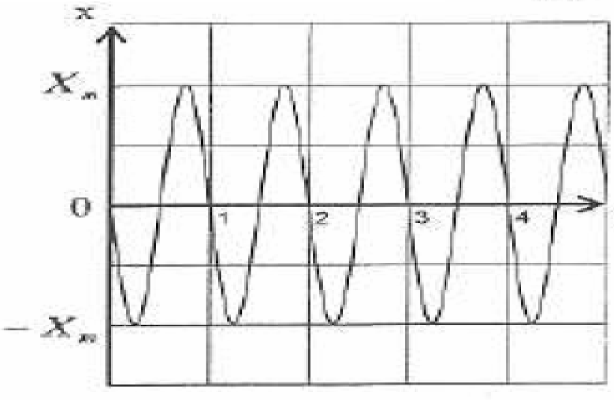
قبل استعمال هذا الجهاز داخل المركبة الفضائية خضع للتجربة التالية على سطح الأرض: وضع جسم صلب (C_1) كتلته $M_1=100\,g$ داخل المقصورة (A) و أزيحت المجموعة (S) المكونة من المقصورة (A) و الجسم (C_1) عن موضع توازنها G_0 المنطبق مع أصل المعلم $(O,\vec i)$ نحو اليمين بمسافة X_m و حررت بدون سرعة بدئية، فأنجز مركز القصور G للمجموعة (S) حركة تذبذبية حول موضع توازنها بحيث بقي النابضان مطالين.

مكن حاسوب مزود بنظام المسك من تسجيل المنحنى الممثل لتغيرات الأفصول x لمركز القصور G للمجموعة (S) بدلالة الزمن (شكل2).

1– بين أن للنابضين، عند التوازن، نفس الإطالة $\Delta l_1=\Delta l_2=\Delta l_0$.

2– بين أن الأفصول x لمركز قصور المجموعة (S) يحقق المعادلة التفاضلية التالية :

$$\frac{d^2x}{dt^2}+\frac{2k}{m+M_1}x=0 .$$



شكل 2

3– يكتب حل المعادلة التفاضلية على الشكل :

$$x(t)=X_m\cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t+\varphi\right) .$$

3.1 - حدد انطلاقا من المبيان الطور φ للحركة.

3.2- باستعمال المعادلة التفاضلية و حلها، أوجد تعبير الدور الخاص T_0 للحركة بدلالة M_1 و m و k .

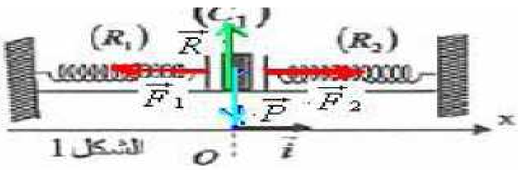
3.3- باستغلال مبيان الشكل 2، احسب قيمة الصلابة k . نأخذ $\pi^2=10$.

3.4– أنجز رجل الفضاء نفس التجربة

باستعمال نفس الجسم (C_1) ونفس الجهاز السابق داخل مركبة فضائية في مدارها حول الأرض ، فوجد نفس القيمة للدور الخاص T_0. ماذا تستنتج؟

3.5 – استعمل رجل الفضاء نفس الجهاز السابق لقياس الكتلة M_2 لجسم (C_2) داخل المركبة الفضائية، فوجد أن قيمة الدور الخاص للمتذبذب هي: $T_0' = 1{,}5\ s$ ، استنتج قيمة M_2.

تصحيح موضوع علوم رياضية الدورة الاستدراكية 2008



1- المجموعة المدروسة{ المقصورة + الجسم C_1 } كتلتها : $m + M_1$.

تخضع المجموعة عند التوازن للقوى التالية :

$\vec{P}$: وزن المجموعة. $\vec{F}_1$: القوة المطبقة من طرف النابض R_1 .

$\vec{R}$: تأثير سطح التماس. $\vec{F}_2$: القوة المطبقة من طرف النابض R_2 .

بتطبيق شرط التوازن : $\Sigma\vec{F} = \vec{0}$

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{P} + \vec{R} = \vec{0}$$

2- خلال الحركة : $F_1 = k(\Delta\ell_o + x)$ و: $F_2 = k(\Delta\ell_o - x)$ مع : x قيمة جبرية.

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن:

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{P} + \vec{R} = (M_1 + m).\vec{a}_G$$

بالإسقاط على ox:

$$-F_1 + F_2 + 0 + 0 = (M_1 + m).a_x$$

$$-k(\Delta\ell_o + x) + k(\Delta\ell_o - x) + 0 + 0 = (M_1 + m).a_x$$

$$-k\Delta\ell_o - kx + k\Delta\ell_o - kx = (M_1 + m).\ddot{x}$$

$$-2kx = (M_1 + m).\ddot{x}$$

$$\ddot{x} + \frac{2k}{M_1 + m}x = 0 \quad \text{أي :} \quad \frac{d^2x}{dt^2} + \frac{2k}{M_1 + m}x = 0$$

بالإسقاط على ox : $-F_1 + F_2 + 0 + 0 = 0 \Leftarrow -k\Delta\ell_1 + k\Delta\ell_2 = 0 \Leftarrow \boxed{k\Delta\ell_2 = k\Delta\ell_1}$

2- خلال الحركة : $F_1 = k(\Delta\ell_o + x)$ و: $F_2 = k(\Delta\ell_o - x)$ مع : x قيمة جبرية.

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن:

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{P} + \vec{R} = (M_1 + m).\vec{a}_G$$

بالإسقاط على ox:

$$-F_1 + F_2 + 0 + 0 = (M_1 + m).a_x$$

$$-k(\Delta\ell_o + x) + k(\Delta\ell_o - x) + 0 + 0 = (M_1 + m).a_x$$

$$-k\Delta\ell_o - kx + k\Delta\ell_o - kx = (M_1 + m).\ddot{x}$$

$$-2kx = (M_1 + m).\ddot{x}$$

$$\ddot{x} + \frac{2k}{M_1 + m}x = 0 \quad \text{أي :} \quad \frac{d^2x}{dt^2} + \frac{2k}{M_1 + m}x = 0$$

3- 3-1 حل المعادلة التفاضلية السابقة يكتب كما يلي : $x(t) = X_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_o}t + \varphi\right)$

من خلال الشكل 2 لدينا : $x = 0$ عند اللحظة : $t = 0$.

إذن: $0 = X_M \cos(\varphi) \Leftarrow \cos\varphi = 0 \Leftarrow \varphi = \pm\frac{\pi}{2}$

ومن خلال المنحنى ، عند $t = 0$ تنتقل المجموعة في عكس منحى $ox \Leftarrow v < 0$ عند $t = 0$

$v = \dot{x} = -x_M \sin(\frac{2\pi}{T}t + \varphi)$ عند $t = 0$ ، $v = -x_M \sin(\varphi) < 0 \Leftarrow \sin\varphi > 0 \Leftarrow \varphi > 0 \Leftarrow \varphi = +\frac{\pi}{2}$

3-2- من خلال المعادلة التفاضلية للحركة :

$$\ddot{x} + \frac{2k}{M_1 + m}x = 0 \quad \omega_o^2 = \frac{2k}{m + M_1} \Leftarrow \omega_o = \sqrt{\frac{2k}{m + M_1}} \Leftarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{m + M_1}{2k}}$$

3-3- مبيانيا لدينا : $T = 1s$

$$\frac{T^2}{4\pi^2} = \frac{m + M_1}{2k} \Leftarrow k = \frac{4.\pi^2(m + M_1).}{2T^2} = \frac{0{,}3kg.4.(10)}{2.(1s)^2} = 6N/m$$

4-3 الدور الخاص للمجموعة لا يتعلق سوى بكتلتها وصلابة النابض.

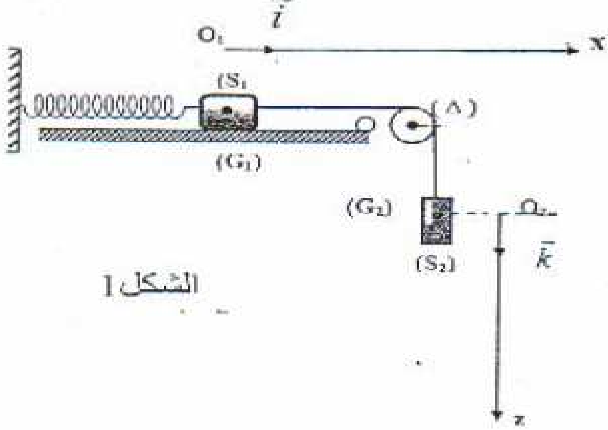
4-4- $T_2' = 2\pi\sqrt{\frac{m + M_2}{2k}} \Leftarrow \frac{T_2'^2}{4\pi^2} = \frac{m + M_2}{2k} \Leftarrow M_2 = \frac{kT_2'^2}{2\pi^2} - m = \frac{6N.m^{-1}.(1{,}5s)^2}{20} - 0{,}2kg = 0{,}475kg = 475g$

7-موضوع الوطني –علوم رياضية الدورة الاستدراكية 2007

نهمل جميع الاحتكاكات ونأخذ $g = 10\ m.s^{-2}$ و $\pi^2 = 10$.

نعتبر المجموعة S الممثلة في الشكل (1) والمتكونة من :

- نابض لفاته غير متصلة وكتلته مهملة وصلابته K ، ثبت أحد طرفيه بحامل بينما ثبت الطرف الآخر بجسم صلب S_1 مركز قصوره G_1 وكتلته $m_1 = 100\ g$.
- بكرة متجانسة كتلتها $m = 2\ m_1$ وشعاعها r ؛ قابلة للدوران في المستوى الرأسي حول محور أفقي ثابت Δ يمر من مركزها O. عزم قصور البكرة بالنسبة للمحورΔ هو $J_\Delta = \frac{1}{2}mr^2$.
- خيط غير مدود كتلته مهملة ويمر دون انزلاق بمجرى البكرة، ثبت أحد طرفيه بالجسم S_1 وثبت طرفه الآخر بجسم S_2 مركز قصوره G_2 وكتلته $m_2 = m_1$.



الشكل1

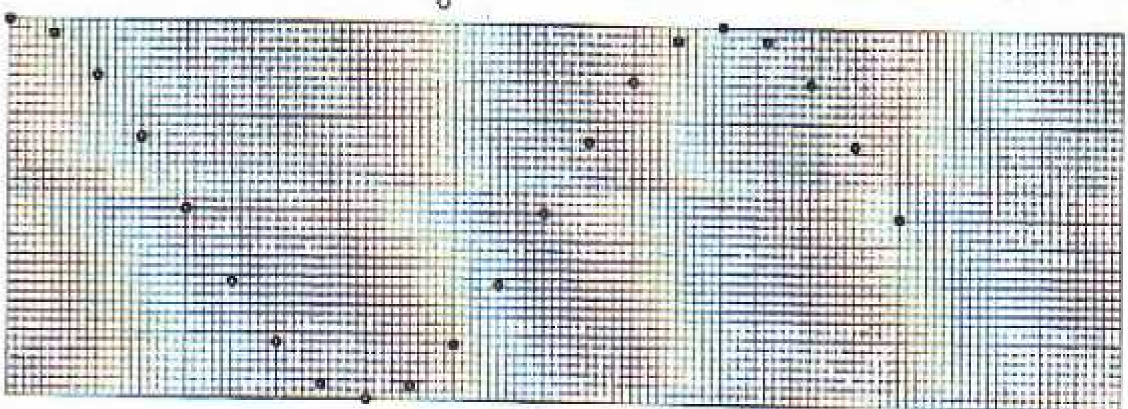
عند التوازن يكون النابض مطالا ب Δl_0 و G_1 منطبقا مع الأصل O_1 للمعلم $(O_1, \vec{i})$ و G_2 منطبقا مع الأصل O_2 للمعلم $(O_2, \vec{k})$ والمسافة الفاصلة بين المستوى الأفقي المار من G_1 و O_2 هي h.

نزيح الجسم S_1 عن موضع توازنه في المنحى الموجب بمسافة x_m ثم نحرره بدون سرعة بدئية عند اللحظة $t = 0$.

يمثل الشكل (2) جزءا من تسجيل حركة النقطة G_1 بالسلم الحقيقي خلال مدد زمنية متتالية ومتساوية $\tau = 40\ ms$.

1- ماذا يمثل المنحنى عندما نصل نقط التسجيل بعضها ببعض؟

2- بين أن النبض الخاص لحركة المتذبذب هو $\omega_0 = \frac{25}{8}\pi\ rad.s^{-1}$.


الشكل2

3- نعلم عند لحظة t موضع G_1 بالأفصول x وموضع G_2 بالأنسوب z .

3.1- اكتب المعادلة الزمنية $x(t)$ لحركة مركز القصور G_1 .

3.2- عبر عن الطاقة الحركية للجسم S_1 بدلالة m_1 و ω_0 و x_m و x . احسب قيمتها القصوية.

3.3- أوجد تعبير طاقة الوضع للمجموعة S .

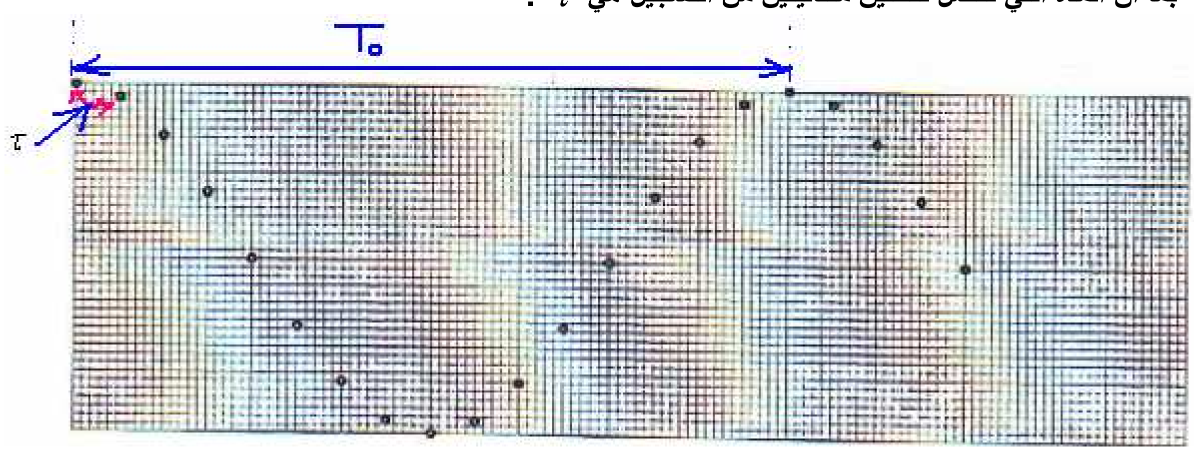
نختار المستوى الأفقي الذي تنتمي إليه النقطة O_2 مرجعا لطاقة الوضع الثقالية والحالة التي يكون فيها النابض غير مشوه مرجعا لطاقة الوضع المرنة.

3.4- أوجد ، اعتمادا على الدراسة الطاقية ، المعادلة التفاضلية لحركة الجسم S_2 واستنتج قيمة الصلابة K للنابض.

تصحيح ـموضوع الوطني ـعلوم رياضية الدورة الاستدراكية 2007:

1-المنحنى المحصل عليه يمثل تغيرات استطالة مركز قصور الجسم S_1 بدلالة الزمن : $x=f(t)$.

2- بما أن المدة التي تفصل نقطتين متتاليتين من التسجيل هي τ .



نجد مبيانيا $T_o = 16\tau$ مع : $T_o = \frac{2\pi}{\omega_o}$ $\Leftarrow$ $\omega_o = \frac{2\pi}{T_o} = \frac{2\pi}{16\tau} = \frac{2\pi}{16\times 40.10^{-3}s} = \frac{2\pi}{0,64} = \frac{200\pi}{64} = \frac{25\times 8\pi}{8\times 8} = \frac{25\pi}{8}$

****

-3-1 $x = x_m.\cos(\omega_o.t+\varphi)$ $\Leftarrow$ $v = \dot{x} = -x_m.\omega_o.\sin(\omega_o.t+\varphi)$

****

-3-2 $E_{c1} = \frac{1}{2}m_1.v^2 = \frac{1}{2}.m_1.\dot{x}^2 = \frac{1}{2}m_1.x_m{}^2.\omega_o{}^2.\sin^2(\omega_o.t+\varphi)$ **ونعلم أن :** $\sin^2\alpha = 1-\cos^2\alpha$ **إذن :**

$E_{c1} = \frac{1}{2}m_1.x_m{}^2.\omega_o{}^2[1-\cos^2(\omega_o.t+\varphi)] = \frac{1}{2}.m_1.\omega_o{}^2(x_m{}^2 - x^2)$ $\Leftarrow$ $\boxed{E_{c1} = \frac{1}{2}.m_1.\omega_o{}^2(x_m{}^2 - x^2)}$

E_c قصوية بالنسبة ل: x=0 $\Leftarrow$ $\boxed{E_{c1}\max = \frac{1}{2}.m_1.\omega_o{}^2 x_m{}^2}$

****

4-3- عندما يكون النابض مطالا بمسافة : x.

-تكون الطاقة المرنة للنواس المرن : $E_e = \frac{1}{2}K(x+x_o)^2$

- الطاقة الحركية للجسم S_1 : $Ec_1 = \frac{1}{2}m_1.v^2$

- الطاقة الحركية للبكرة: $Ec = \frac{1}{2}J_\Delta.\omega^2$

- الطاقة الحركية للجسم S_{21} : $Ec_2 = \frac{1}{2}m_2.v^2$

- طاقة الوضع الثقالية للجسم S_2 : $Epp = -m.g.x$ والطاقة الكلية للمجموعة :

$E = \frac{1}{2}K(x+x_o)^2 + \frac{1}{2}m_1.v^2 + \frac{1}{2}m_2.v^2 + \frac{1}{2}J_\Delta.\omega^2 - mgx$ أي :

$E = \frac{1}{2}Kx^2 + \frac{1}{2}Kx_o{}^2 + Kx.x_o + \frac{1}{2}m_1.v^2 + \frac{1}{2}.m_2.v^2 + \frac{1}{2}(\frac{1}{2}M.R^2).\frac{v^2}{R^2} - mgx$ باعتبار شرط التوازن : $m_2 g = K.x_o \Leftarrow$

$Kx.x_o - mgx = 0$ و: $\omega = \frac{v}{R}$ $\Leftarrow$ $E = \frac{1}{2}Kx^2 + \frac{1}{2}Kx_o{}^2 + v^2(\frac{1}{2}m_1 + \frac{1}{2}.m_2 + \frac{1}{2}M)$

$\Leftarrow E = Kx^2 + Kx_o{}^2 + m_1.v^2 + .m_2.v^2 + \frac{1}{2}M.v^2$ $\Leftarrow$ $E = Kx^2 + Kx_o{}^2 + v^2(m_1 + m_2 + \frac{M}{2})$

وبما أن الطاقة الكلية ثابتة : $\frac{dE}{dt} = 0$ $\Leftarrow$ $2Kx.\dot{x} + 0 + 2.\dot{x}.\ddot{x}.(m_1 + m_2 + \frac{M}{2}) = 0 \Leftarrow Kx. + 0 + \ddot{x}.(m_1 + m_2 + \frac{M}{2}) = 0$

$m_1=m_2=m$ و $M=2m$ ، $3m.\ddot{x} + Kx.. = 0$ أي : $\boxed{\ddot{x} + \frac{K}{3m}x = 0}$ **وهي المعادلة التفاضلية للحركة .**

ومنه ، النبض الخاص للحركة : $\omega_o = \sqrt{\frac{K}{3m}}$ **ولدينا :** $\omega_o = \frac{25\pi}{8}$ $\Leftarrow$ $\frac{K}{3m} = \left(\frac{25\pi}{8}\right)\frac{K}{3m}$

$K = 3m.\left(\frac{25.\pi}{8}\right)^2 = 3.\times 0,1\times\left(\frac{25\pi}{8}\right)^2 \approx 29N/m$ $\boxed{K = 29N/m}$

8 - التمرين الثامن:

المجموعة ⟨ الجسم (S) كتلة m=200g ونابض (R) ذي لفات غير متصلة صلابته K ⟩في حالة توازن(الشكل).

نعتبر الاحتكاكات مهملة بين الجسم والمستوى الافقي على الجزء AB.

نزيح الجسم عن موضع توازنه ب 2cm نحو اليمين ونحرره بدون سرعة بدئية في لحظة نعتبرها اصلا للتواريخ (t=0) فينجز حركة ذهاب واياب حول موضع التوازن O. نقيس المدة الزمنية لعشر ذبذبات فنجد $\Delta t = 5s$

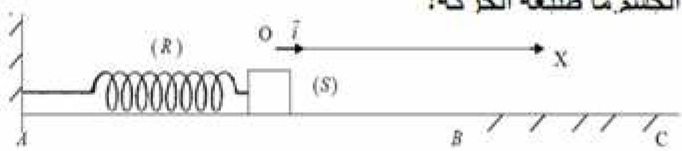
1 - بتطبيق القانون الثاني لنيوتون ,اوجد المعادلة التفاضلية لحركة الجسم.ما طبيعة الحركة؟

2 - ماقيمة الصلابة K للنابض؟ نعتبر $\pi^2 = 10$

3 - اكتب المعادلة الزمنية للحركة أي حل المعادلة التفاضلية.

4 - ما قيمة السرعة القصوية للجسم؟

5 - عند مرور الجسم من موضع التوازن ينفصل عن النابض فيصل الى النقطة B بالسرعة المحددة في السؤال 3 ليتوقف في النقطة C .



5-1- بتطبيق مبرهنة الطاقة الحركية بين B و C, اوجد تعبير وقيمة شغل القوة $\vec{R}$ المسلطة من طرف المستوى الافقيBC على(S).استنتج طبيعة التماس.

5-2- احسب الشدة f لقوة الاحتكاك والتي نعتبرها ثابتة. BC=20cm $g = 10m/s^2$

تصحيح:

1- المعادلة التفاضلية $m\ddot{x}+K.x+0$ الحركة مستقيمية تذبذبية وجيبية 2- $\omega_o{}^2=\frac{K}{m}$ $\Leftarrow$ ولدينا : $T_o=\frac{5}{10}=0,5s$ و : $\omega_o=\frac{2\pi}{T_o}=4\pi$

3- $K=m.\omega_o{}^2=0,2.(4.\pi)^2=32N/m$ المعادلة الزمنية $x=2.10^{-2}\cos 4\pi.t$ لأن من خلال الشروط البدئية نجد : $\varphi=0$ -4

$$-5\quad v=\sqrt{\frac{K.x_m{}^2}{m}}=x_m.\sqrt{\frac{k}{m}}=2.10^{-2}.\sqrt{\frac{32}{0,2}}\approx 0,25m/s \Leftarrow \frac{1}{2}m.v^2=\frac{1}{2}K.x_m{}^2 \Leftarrow E_{c\max}=E_m=\frac{1}{2}K.x_m{}^2$$

$E_{cc}-E_{cB}=W\vec{R}+W\vec{P}$ مع : $W\vec{P}=0$ و $E_{cc}=0$ $\Leftarrow$ $-E_{cB}=W\vec{R}$ ومنه : $W\vec{R}=-\frac{1}{2}m.v_B{}^2=-0,5\times0,2\times0,064=-6,4.10^{-3}J$

2-5 - $W\vec{R}=-f.BC$ $\Leftarrow$ $f=\frac{-W\vec{R}}{BC}=\frac{-6,4.10^{-3}}{0,2}=0,032N$.

SBIRO Abdelkrim Lycée Agricole Oulad-Taima région d'Agadir royaume du Maroc
البريد الالكتروني : sbiabdou@yahoo.fr

لا تنسوني بصالح دعائكم وأسأل الله لكم العون والتوفيق