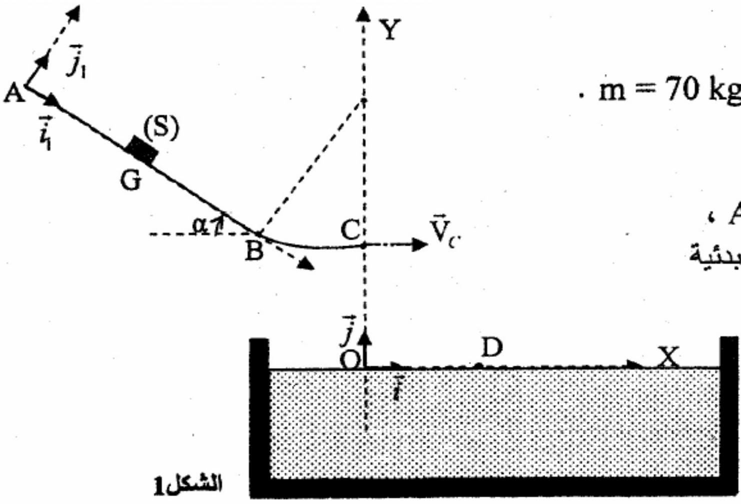
1) التمرين الأول = موضوع باكالوريا مغربية ،مسلك العلوم الفيزيائية الدورة العادية لسنة 2010 : .

Par :SBIRO Abdelkrim Maroc

الميكانيك (6 نقط)

توجد المزلقات في المسابح لتمكين السباحين من الانزلاق والغطس في الماء.
ننمذج مزلقة مسبح بسكة ABC تتكون من جزء مستقيمي AB مائل بزاوية α بالنسبة للمستوى الأفقي ومن جزء دائري BC ، وننمذج السباح بجسم صلب (S) مركز قصوره G وكتلته m (الشكل1).



الشكل1

المعطيات:
. m = 70 kg ، $g = 9{,}8\ m.s^{-2}$ ، α = 20° ، AB = 2,4 m

1- دراسة الحركة على السكة AB :

ينطلق ، عند اللحظة t = 0 ، الجسم (S) من الموضع A ، الذي نعتبره منطبقا مع مركز قصوره G ، بدون سرعة بدئية فينزلق بدون احتكاك على السكة AB . (الشكل 1)
ندرس حركة G في المعلم الأرضي $\mathcal{R}_1\ (A,\vec{i}_1,\vec{j}_1)$ الذي نعتبره غاليليا.

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن حدد :
1.1- إحداثيي التسارع $\vec{a}_G$ في المعلم $\mathcal{R}_1\ (A,\vec{i}_1,\vec{j}_1)$. **(0,5 ن)**
1.2- V_B سرعة G في النقطة B. **(0,5 ن)**
1.3- الشدة R للقوة التي يطبقها السطح AB على الجسم (S) . **(0,5 ن)**

ندرس في بقية التمرين حركة G في المعلم الأرضي $\mathcal{R}\ (O,\vec{i},\vec{j})$ الذي نعتبره غاليليا. (الشكل1)

2- دراسة حركة G في الهواء :

يصل الجسم (S) إلى النقطة C بسرعة أفقية منظمها $V_C = 4{,}67\ m.s^{-1}$ ؛ فيغادرها عند لحظة نعتبرها أصلا جديدا للتواريخ.

يخضع الجسم (S) بالإضافة إلى وزنه إلى تأثير رياح اصطناعية ننمذجه بقوة أفقية ثابتة تعبيرها: $\vec{f}_1 = -f_1.\vec{i}$

2.1- أوجد عند لحظة تاريخها t التعبير v_x للمُركبة الأفقية لمتجهة السرعة بدلالة : m و V_C و f_1 و t. **(0,5 ن)**
2.2- عند اللحظة $t_D = 0{,}86\ s$ ، يصل G إلى النقطة D التي توجد على سطح الماء، حيث تنعدم المركبة الأفقية لسرعته .
أ- احسب f_1 . **(0,5 ن)**
ب - حدد الارتفاع h للنقطة C عن سطح الماء . **(1 ن)**

3- دراسة الحركة الرأسية للنقطة G في الماء:

يتابع الجسم (S) حركته في الماء بسرعة رأسية $\vec{V}$ حيث يخضع بالإضافة إلى وزنه إلى :
- قوة احتكاك مائع ننمذجها بمتجهة $\vec{f}$ تعبيرها في النظام العالمي للوحدات هو : $\vec{f} = 140.V^2.\vec{j}$.
- دافعة أرخميدس $\vec{F}_A$ شدتها: $F_A = 637N$.
نعتبر لحظة دخول الجسم (S) في الماء أصلا جديدا للتواريخ.

3.1- بيّن أن السرعة V(t) للنقطة G تحقق المعادلة التفاضلية التالية : $\frac{dV(t)}{dt} - 2V^2 + 0{,}7 = 0$. **(1 ن)**
3.2- أوجد قيمة السرعة الحدية V_ℓ . **(0,5 ن)**
3.3- بالاعتماد على الجدول أسفله وباستعمال طريقة أولير ، حدد القيمتين a_{i+1} و V_{i+2} . **(1 ن)**

t (s)	$V(m.s^{-1})$	$a\,(m.s^{-2})$
$t_i = 1{,}8.10^{-1}$	-1,90	6,52
$t_{i+1} = 1{,}95.10^{-1}$	-1,80	a_{i+1}
$t_{i+2} = 2{,}1.10^{-1}$	V_{i+2}	5,15

2)التمرين الثاني = السقوط الرأسي لمظلي مع تجهيزه في الهواء: .

يسقط مظلي كتلته مع تجهيزه $m = 100kg$ سقوطا شاقوليا انطلاقا من نقطة O بالنسبة لمعلم أرضي بدون سرعة بدئية . يخضع أثناء سقوطه إلى قوة مقاومة الهواء تعبيرها $f = Kv$. يعطي المبيان أسفلة المنحنى الممثل لتغيرات تسارع المظلي بدلالة سرعته v.

1-بتطبيق القانون الثاني لنيوتن بين أن المعادلة التفاضلية لحركة المظلي تكتب كما يلي : $\frac{dv}{dt} = Av + B$ حيث A و B ثابتتان يطلب تحديد تعبير كل منهما.

2- حدد مبيانيا : أ-قيمة شدة مجال الجاذبية الأرضي في مكان السقوط.

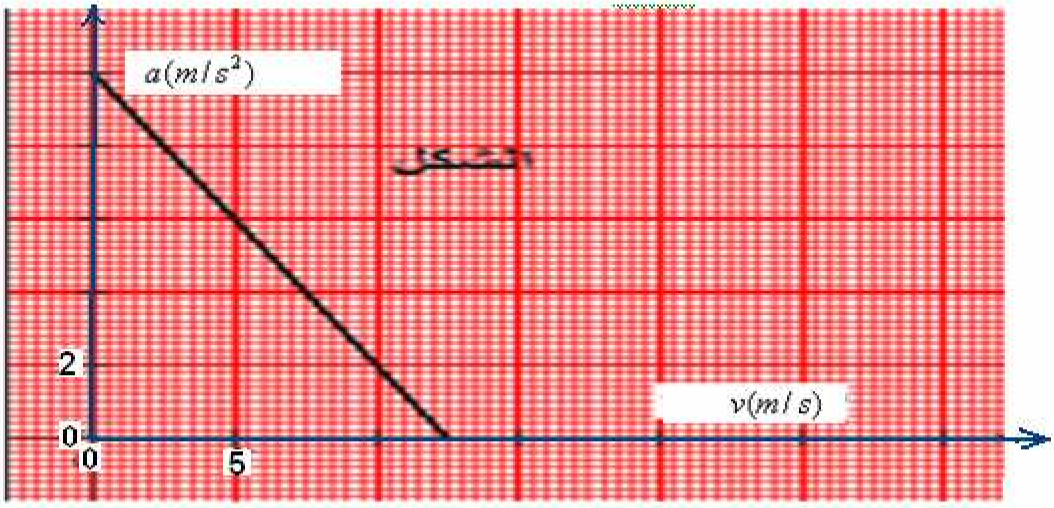
ب- شدة السرعة الحدية للمظلي v_e .

3- تتميز الحركة السابقة بالمقدار $\frac{k}{m}$ حدد وحدة هذا المقدار واحسب قيمته من المنحنى.

4- احسب قيمة الثابتة K.

5- مثل كيفيا تغيرات سرعة المظلي بدلالة الزمن .

6- ما النظام المتحقق عند اللحظة t=12,5s علل جوابك .



3)التمرين الثالث = سقوط جسم صلب كروي الشكل في الهواء : .

جسم صلب كروي الشكل قطره d=3cm وكتلته m=13g يسقط رأسيا في الهواء انطلاقا من نقطة O توجد في ارتفاع h=1500m من سطح الأرض بدون سرعة بدئية.

المعطيات : $g = 9{,}8 m/s^2$ ، الكتلة الحجمية للهواء $\rho_{air} = 1{,}3 kg/m^3$ حجم كرة شعاعها r : $V = \frac{4}{3}\pi.r^3$.

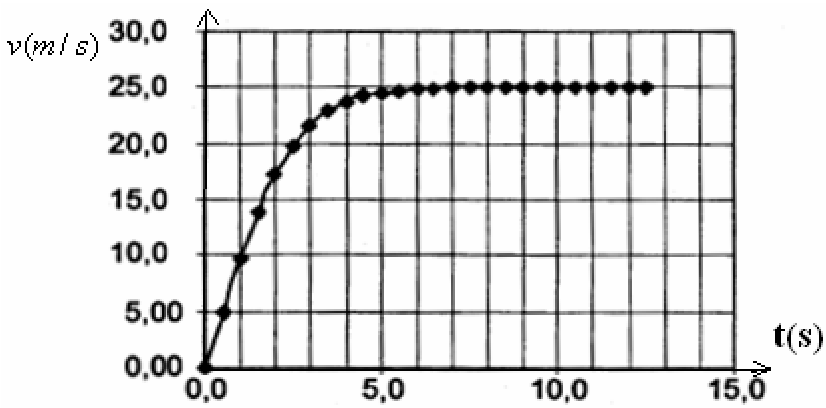
علما أن الجسم خلال سقوطه يخضع للتأثيرات التالية : وزنه $\vec{P}$ ، دافعة ارخميدس $\vec{F}_A$ و و قوة الاحتكاك : $\vec{f}$ بحيث $f = kv^2$.

1- بين أن دافعة أرخميدس مهملة أمام وزن الجسم .

2- بإهمال دافعة أرخميدس :

1-2- بين أن المعادلة التفاضلية لحركة الجسم تكتب على النحو التالي : $\frac{dv}{dt} = A - B.v^2$.

2-2- يعطي الجدول أسفله بعض قيم سرعة الجسم وتسارعه بدلالة الزمن . باعتماد النتائج المحصل عليها باستعمال طريقة اولير حيث قيمة خطوة الحساب المعتمدة $\Delta t = 0{,}5s$ نعطي المنحنى الممثل لتغيرات سرعة الجسم بدلالة الزمن.



t (s)	v(m.s^{-1})	a (m.s^{-2})
0,00	0,00	9,80
0,50	4,90	9,43
1,00	9,61	8,36
1,50	13,8	6,83
2,00	17,2	a_4
2,50	v_5	3,69
3,00	21,6	2,49

1-2-2 – أعط قيمة كل من التسارع البدئي a_o والسرعة الحدية للجسم v_ℓ وثابتة الزمن τ المميز للكرية .

2-2-2- أعط تعبير التسارع البدئي a_o والسرعة الحدية للجسم v_ℓ بدلالة A و B .

3-2-2- استنتج قيمة كل من A وB.

3-2 – باستعمال طريقة أولير احسب a_4 و v_5.

4) التمرين الرابع = موضوع باكالوريا مغربية ،مسلك العلوم الرياضية الدورة العادية لسنة 2010 :

فيزياء 3 :(5,75 نقطة) الجزءان الأول و الثاني مستقلان

الجزء الأول (2.75 نقطة) : السقوط الرأسي لجسم صلب

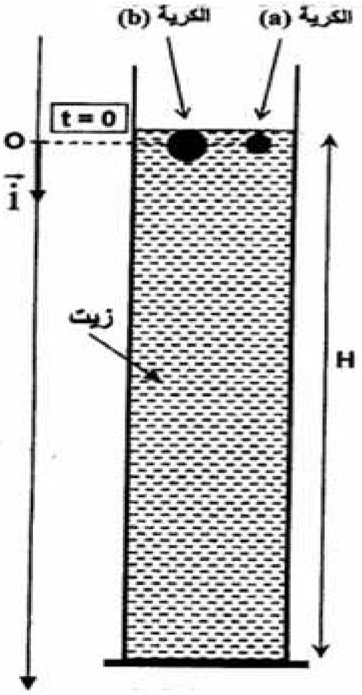
يخضع كل جسم صلب مغمور في مائع إلى دافعة أرخميدس ، وإذا كان هذا الجسم في حركة إزاحة داخل المائع فإنه يخضع كذلك إلى قوة احتكاك مائع.

يهدف هذا التمرين إلى دراسة تطور سرعة كريتين (a) و (b) من الزجاج متجانستين ليس لهما نفس الشعاع، توجدان في حركة إزاحة داخل زيت بسرعة نسبيا صغيرة .

معطيات : الكتلة الحجمية للزجاج : $\rho = 2600 kg.m^{-3}$ ؛
الكتلة الحجمية للزيت : $\rho_0 = 970\ kg.m^{-3}$ ؛
لزوجة الزيت : $\eta = 8,00.10^{-2}\ N.m^{-2}.s$ ؛
تسارع الثقالة : $g = 9,81\ m.s^{-2}$ ؛
تعبير حجم كرية شعاعها r : $V = \frac{4}{3}\pi.r^3$.

نحرر، عند نفس اللحظة $t = 0$، الكريتين (a) و (b) عند سطح الزيت الموجود في أنبوب شفاف أسطواني رأسي .
ارتفاع الزيت في الأنبوب هو $H = 1,00\ m$ ، الشكل(1) .

1–دراسة حركة الكرية (a) .



ندرس حركة الكرية (a) في المعلم $(O,\vec{i})$ المرتبط بالأرض.
تخضع الكرية أثناء حركتها داخل الزيت إلى :

– دافعة أرخميدس $\vec{F} = -\rho_0.V.g.\vec{i}$ ؛
– قوة الاحتكاك المائع $\vec{f} = -6\pi.\eta.r.v.\vec{i}$ حيث v سرعة الكرية ؛
– وزنها $\vec{P} = m.\vec{g}$.

نرمز للزمن المميز لحركة الكرية (a) بـــ τ ؛ و نعتبر أن سرعة الكرية تبلغ القيمة الحدية v_ℓ بعد تمام المدة الزمنية 5τ .

1.1– أثبت المعادلة التفاضلية $\frac{dv}{dt} + \frac{v}{\tau} = C$ لحركة الكرية (a)
مع تحديد تعبير الثابتتين τ و C .احسب τ، علما أن $r = 0,25\ cm$.

1.2– احسب قيمة السرعة الحدية v_ℓ للكرية (a) .

2– دراسة مقارنة لحركتي الكريتين (a) و (b)
شعاع الكرية (b) هو $r' = 2r$.

2.1– حدد ، معللا جوابك ، الكرية التي تستغرق أطول مدة زمنية لتبلغ سرعتها الحدية .

2.2– خلال النظام الانتقالي تقطع :
– الكرية (a) المسافة $d_1 = 5,00\ cm$ ؛
– الكرية (b) المسافة $d_2 = 80\ cm$.

نهمل شعاعي الكريتين r و 'r أمام ارتفاع الزيت H .
احسب المدة الزمنية الفاصلة بين وصول الكريتين (a) و (b) إلى قعر الأنبوب .

5)التمرين الخامس = موضوع باكالوريا مغربية :نمذجة قوة احتكاك مائع : شعبة العلوم الرياضية الدورة العادية 2008: _ .

يهدف هذا التمرين إلى نمذجة قوة الاحتكاك المائع المطبقة من طرف الغليسيرول على جسم صلب وذلك بدراسة حركة السقوط الرأسي لكلة فلزية كتلتها m و شعاعها r داخل الغليسيرول.

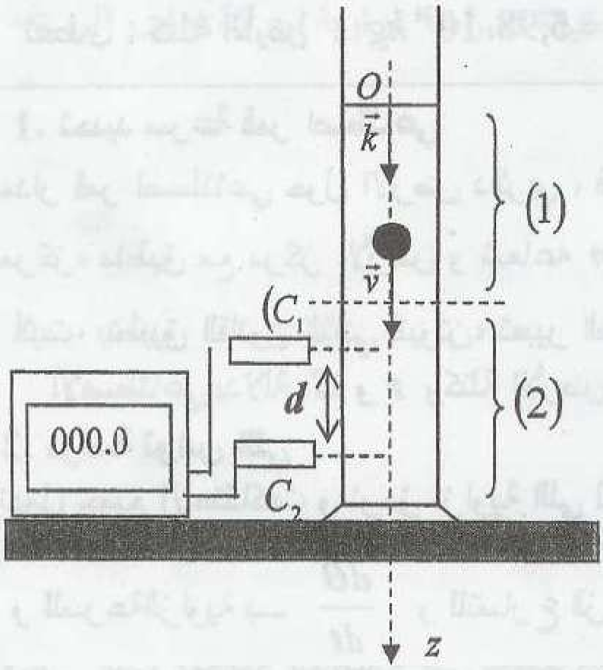
معطيات : - شعاع الكلة : $r = 1\,cm$ ؛ حجم الكلة : $V = \frac{4}{3}.\pi.r^3$

- الكتلة الحجمية:
* للفلز الذي تتكون منه الكلة : $\rho_1 = 2,7.10^3\ kg.m^{-3}$
*الغليسيرول : $\rho_2 = 1,26.10^3\ kg.m^{-3}$

- تسارع الثقالة : $g = 9,81\ m.s^{-2}$.

نذكر أن شدة دافعة أرخميدس المطبقة على الكلة المغمورة كليا في الغليسيرول هي $F = \rho_2.V.g$.

ننمذج قوة الاحتكاك التي تخضع لها الكلة أثناء السقوط داخل الغليسيرول بـ $\vec{f} = -9\pi.r.v^n.\vec{k}$
حيث n عدد صحيح و v سرعة مركز قصور الكلة.



عند لحظة نعتبرها أصلا للتواريخ$(t_0 = 0)$،نحرر الكلة بدون سرعة بدئية من نقطة O أصل المحور الرأسي $(O,\vec{k})$ الموجه نحو الأسفل،فتتم حركتها داخل الغليسيرول الموجود في إناء زجاجي، على مرحلتين:

- (1): مرحلة النظام البدئي بين لحظتين t_0 و t_1 حيث تتزايد سرعة الكلة.
- (2): مرحلة النظام الدائم انطلاقا من اللحظة t_1 حيث تأخذ سرعة الكلة قيمة حدية ثابتة v_ℓ.

يمكن الجهاز المكون من ميقت وخليتين (C_1)و(C_2) من قياس المدة الزمنية Δt التي تستغرقها الكلة لقطع المسافة $d = 20\ cm$ خلال المرحلة (2) (انظر الشكل جانبه).

1. حدد قيمة السرعة الحدية v_ℓعلما أن $\Delta t = 956\ ms$.

2. بتطبيق القانون الثاني لنيوتن ، بين أن المعادلة التفاضلية التي تحققها السرعة v لمركز قصور الكلة داخل السائل تكتب على الشكل :

$$\frac{dv}{dt} + A.v^n = B \quad \text{مع} \quad A = \frac{27}{4.\rho_1.r^2} \quad \text{و} \quad B = g\left(\frac{\rho_1 - \rho_2}{\rho_1}\right)$$

3. أوجد،انطلاقا من المعادلة التفاضلية، تعبير v_ℓ^n بدلالة ρ_1 و ρ_2 و r و g .

4. استنتج العدد n.

6)التمرين السادس = سقوط قطرة ماء في الهواء:

قطرة ماء نفرضها كروية الشكل ذات شعاع R تسقط رأسيا في الهواء بدون سرعة بدئية ، و تخضع خلال حركتها إلى قوة احتكاك $\vec{f}$ معاكسة لمتجهة سرعتها $\vec{v}$ و ذات قيمة $f = k\,v$ ، حيث k ثابتة.

المعطيات :

الكتلة الحجمية للماء : $\rho = 1000\ kg/m^{-3}$.

الكتلة الحجمية للهواء : $\rho_{air} = 1.3\ kg/m^{-3}$.

1- بين أن دافعة أرخميدس $\vec{F}_A$ مهملة أمام وزن القطرة $\vec{P}$ يعطى : $g = 9.8\ m/s^2$.

2- أوجد المعادلة التفاضلية للحركة و اكتبها على الشكل : $\frac{dv}{dt} + Av = B$ حيث a و b ثابتان .

3- ما هو الشرط اللازم لبلوغ السرعة الحدية ؟

4- أعط تعبير السرعة الحدية v_ℓ بدلالة m ، g ، k .

5- تحقق أن : $v = v_\ell(1 - e^{-\frac{k}{m}t})$ هو حل للمعادلة التفاضلية السابقة .

6- أوجد قيمة الثابتة k ، علما أن : $v_\ell = 7.56 cm/s$ ، $R = 25\ \mu m$.

7) التمرين السابع = نمذجة قوة الاحتكاك المائع

نحرر في لحظة تاريخها t= 0s وبدون سرعة بدئية في مخبار يحتوي على زيت محرك السيارة كتلته الحجمية $\rho = 0,91\ g/cm^3$ ، كرية كتلتها $m = 35g$ وحجمها $V = 33,5\ cm^3$.

نعطي شدة قوة الاحتكاك المطبقة من طرف السائل على الجسم : $f = K.v$

نستعمل تركيب تجريبي مرتبط بحاسوب لكي يمكننا من تتبع حركة الكرية في السائل فنحصل على المنحنى الممثل لتغيرات سرعة مركز قصور الكرية بدلالة الزمن t أي $v = f(t)$. (الشكل7)

ندرس حركة الجسم S بالنسبة لمرجع مرتبط بالمختبر الذي نعتبره غاليليا ونأخذ كذلك المحور 0z موجه نحو الأسفل.

1– ارسم على تبيانة متجهات القوى المطبقة على الكرية.

2- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن، بين أن المعادلة التفاضلية لحركة الكرية بالنسبة للمرجع المرتبط بالمختبر تكتب على الشكل التالي: $dv/dt = A - B.v$ مع تحديد تعبيري كل من A و B.

3– تحقق أن الثابتة $A = 1,29\ m/s^2$ نعطي $g = 10\ m/s^2$.

4– باستعمال المبيان ، عين قيمة السرعة الحدية واستنتج قيمة الثابتة B وحدد وحدتها.

5- بمعرفة القيمتين السابقتين A و B ، تمكن طريقة اولير من حساب بكيفية تقريبية قيمة سرعة الجسم بدلالة الزمن وذلك باستعمال العلاقتين: $v_{i+1} = v_i + a_i \Delta t$ و $a_i = A\text{-}B.v_i$

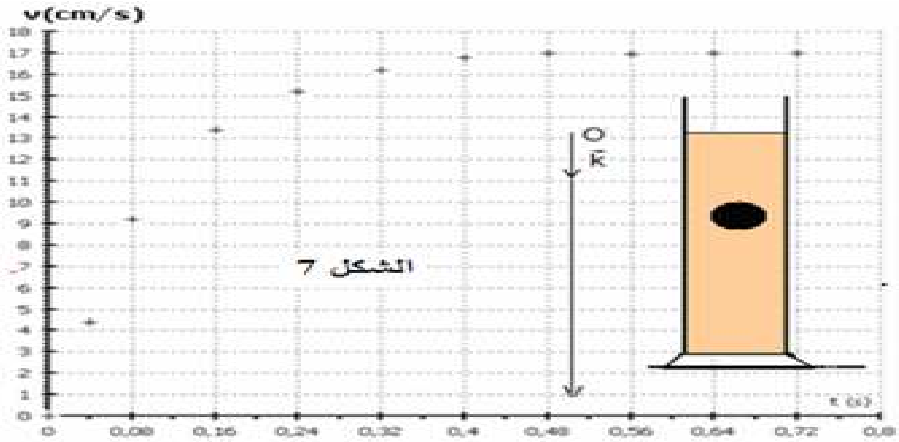
نحصل على النتائج المدونة في الجدول التالي:

i	0	1	2	3	4	5	6	7
t_i (s)	0	0,08	0,16	0,24	0,32	0,40	0,48	0 ,56
v_i (m/s)		0,102	0,143		0,165	0,167	0,169	0,169
$a_i = dv_i/dt$ (m/s^2)		0,51	0,20		0,03	0,02	0,00	0,00

1-5-ماقيمة الخطوة Δt المستعملة في الحساب

2-5-باستعمال طريقة أولير أتمم الجدول أعلاه

3-5- تحقق من أنه تم نمذجة قوة الاحتكاك بكيفية صحيحة.



8) التمرين الثامن : حركة صعود فقاعة من الهواء في الماء :

في عمق مسبح حيث $z_0 = -3,0m$ أحدث غطاس فقاعة صغيرة من الهواء عند اللحظة $t = 0s$. نقبل أن الفقاعة كروية الشكل .

بدئيا يكون شعاع الفقاعة $r(z_0) = r_0 = 0,50mm$.

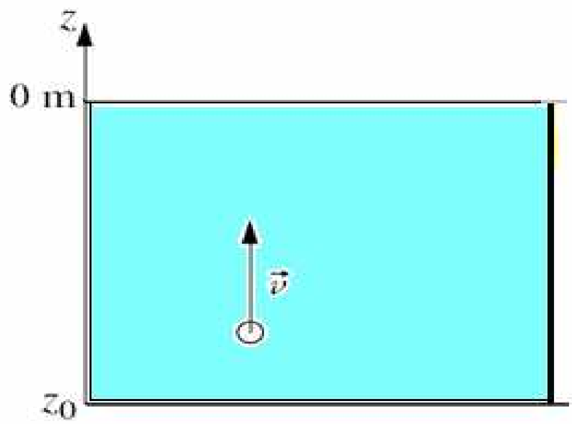
درجة حرارة الماء والهواء الموجود في الفقاعة ثابتة : $T_0 = 300K$.

ضغط الماء في حوض المسبح يتغير مع العمق z من خلال العلاقة التالية : $p_{eau}(z) = p_{atm} - \rho g z$

الضغط على سطح الماء z=0 $p_{atm} = 1,0.10^5 Pa$

الكتلة الحجمية للماء $\rho = 1,0.10^3 kg/m^3$ ،

شدة مجال الثقالة $g = 9,8m/s^2$.



ضغط الهواء الموجود في الفقاعة يساوي ضغط الماء في العمق نفسه أي أن $p_{air}(z) = p_{eau}(z)$.

نعطي ثابتة الغازات الكاملة : $R = 8,314 S.I$.

1 ـ نفترض أن الهواء الموجود في الفقاعة غاز كامل ، أوجد تعبير شعاع الفقاعة $r(z)$ بدلالة العمق z .

2 ـ أحسب كمية مادة الهواء الموجودة في الفقاعة n_{air} .

3 ـ أحسب شعاع الفقاعة عند وصولها إلى سطح الماء . نهمل تغير شعاع الفقاعة ، إذا كان التغير أصغر من 10% (بالقيمة المطلقة) من القيمة البدئية .
هل يمكن إهماله ؟

4 ـ إذا كانت الكتلة المولية للهواء $M(air) = 29g/mol$ ، أحسب الكتلة m للفقاعة ثم أعط مميزات المتجهة $\vec{P}$ وزن الفقاعة .

5 ـ أعط مميزات دافعة أرخميدس $\vec{F}_A$ التي تخضع إليها الفقاعة بدلالة الشعاع r_0 .

6 ـ تخضع الفقاعة كذلك إلى قوة الاحتكاك المائع وهي تكتب على الشكل التالي : $\vec{f} = -6\pi.\eta.r_0.\vec{v}$ بحيث أن $\eta = 1,0.10^{-3} Pa.s$ لزوجة الماء و r_0 شعاع الفقاعة و $\vec{v}$ متجهة سرعتها .

6 ـ 1 مثل على تبيانة القوى المطبقة على الفقاعة . (بدون سلم)

6 ـ 2 أثبت المعادلة التفاضلية التي تحققها سرعة الفقاعة خلال حركتها.

7 ـ حل المعادلة التفاضلية هو كالتالي : $v(t) = v_\ell \left(1 - e^{-t/\tau}\right)$

باعتبار أن $A + Be^x$ منعدمة بالنسبة للقيم x إذا كانت $A = B = 0$ ، حدد تعابير المقادير التالية : v_ℓ و τ باعتبار أن $v(t)$ حلا للمعادلة التفاضلية .

8 ـ حدد السرعة القصوية للفقاعة .

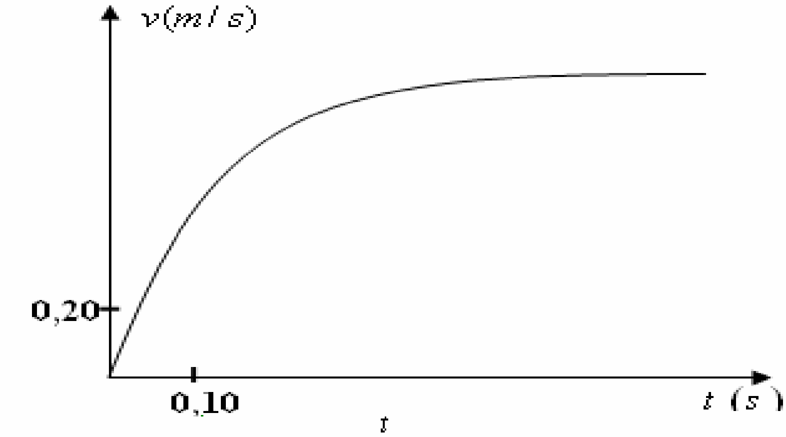
9) التمرين التاسع: حركة سقوط كرة معدنية في مائع:

تمكن المعادلة التفاضلية $\frac{dx}{dt}+\alpha\cdot x=\beta$ من وصف عدد كبير من الظواهر الفيزيائية المتغيرة خلال الزمن: الشدة، التوتر، السرعة.... .

هذه المعادلة رياضيا تقبل حلين هما:

① $x(t)=\frac{\beta}{\alpha}\cdot\left(1-e^{-\alpha.t}\right)$ إذا كان $\beta\neq 0$ و ② $x(t)=X_0\cdot e^{-\alpha.t}$ إذا كان $\beta=0$.

تمت دراسة حركة سقوط كرة معدنية، كتلتها m، في مائع كتلته الحجمية ρ_f بواسطة برمجية خاصة لتتبع تطور سرعة مركز القصور الكرة بدلالة الزمن،فمكنت من الحصول على المنحنى التالي:



1- استثمار معادلة المنحنى:

علما أن المعادلة الرياضية المرفقة بالمنحنى تكتب كما يلي: $v(t)=1{,}14\cdot(1-e^{-\frac{t}{0{,}132}})$ ، حيث $v(t)$ معبر عنها ب: $m\cdot s^{-1}$.

وهذه المعادلة توافق الحل رقم (1).

أ- عين قيمة كل من α و النسبة $\frac{\beta}{\alpha}$. أعط، بدون تعليل ، وحدة النسبة $\frac{\beta}{\alpha}$.

ب- أثبت أن المعادلة التفاضلية التي تقبل كحل المعادلة $v(t)$ تحقق الكتابة العددية التالية: $\frac{dv}{dt}+7{,}58v=8{,}64$.

2- دراسة الظاهرة الفيزيائية:

أ- اجرد القوى المطبقة على الكرة، ثم مثلها على شكل.

ب- طبّق القانون الثاني لنيوتن على المجموعة المتمثلة في الكرة.

3- الكرة المستعملة في هذه الدراسة فولاذية، كتلتها $m=32g$ وحجمها V. تسارع الجاذبية في مكان الدراسة : $g=9{,}80m.s^{-2}$.

نعطي تعبير قوة الاحتكاك المطبقة على الكرة: $\vec{f}=-k\cdot\vec{v}$.

أ- باستعمال محور رأسي موجه نحو الأسفل، أثبت أن المعادلة التفاضلية المتعلقة بالمقدار المتغير $v(t)$ تحقق: $\frac{dv}{dt}+\frac{k}{m}v=\left(1-\frac{\rho_f\cdot V}{m}\right)\cdot g$

ب- استنتج التعبير الحرفي للمعاملين α و β في المعادلة (1).

ج-ما قيمة المعامل β إذا كانت دافعة أرخميدس مهملة؟ باستعمال المعادلة في السؤال 1- ب، بين أن هذه القوة يجب أخذها بعين الاعتبار.

11) التمرين العاشر: سقوط كرة معدنية في مائع :

لدراسة حركة سقوط كرة معدنية في ماء سكري بحيث تترك الكرة، المغمورة كليا في الماء ،بدون سرعة بدئية لتسقط رأسيا .تم تصوير الحركة بواسطة كاميرا رقمية ثم معالجة الصورة بواسطة برنامج مكن من تحديد مواضع مركز قصورها في لحظات مختلفة . التسجيل أظهر أن الكرة تبلغ في فترة وجيزة السرعة الحدية $v_\ell=0{,}8m/s$.

1 -أجرد القوى المطبقة على الكرة .

2 -نعتبر أن شدة قوة الاحتكاك التي يطبقها الماء السكري على الكرة تتناسب مع السرعة v : f = -kv .

2-1- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن أوجد المعادلة التفاضلية للحركة . بين أن هذه المعادلة يمكن كتابتها على الشكل : $\frac{dv}{dt}=A-B.v$ حيث A و B ثابتين .

2-2 -أعط تعبير كل من A و B.بدلالة المعطيات .

2-3) احسب قيمة الثابتة A وحدد وحدة قياسها .

3-أوجد تعبير السرعة الحدية التي تكتسبها الكرة . و استنتج قيمة الثابتة B.

4- بين أن: $v_y=v_\ell+C.e^{-\alpha.t}$ حل للمعادلة التفاضلية حدد قيمة C واستنتج تعبير وقيمة τ .

كتلة الكرة : $m=1{,}7.10^{-2}$ kg حجم الكرة : $V=2{,}1.10^{-6}$ m^3 الكتلة الحجمية للماء السكري $\rho=1{,}2.10^3$ kg.m^{-3}

.g = 9,8 N/kg

12)التمرين الحادي عشر: سقوط كرة معدنية في مائع :

يقفز مظلي ولوازمه من طائرة توجد على ارتفاع h من سطح الأرض . كتلة المظلي ولوازمه m ونأخذ قيمة شدة مجال الثقالة $g=9,81m/s^2$.

نقبل أن مجموع القوى المطبقة من طرف الهواء على المظلي يمكن نمذجتها بقوة الاحتكاك $f=k.v^2$ بحيث أن $k=0,78SI$.

1 ـ أنطلاقا من معادلة الأبعاد حدد وحدة الثابتة k في النظام العالمي للوحدات (SI) .

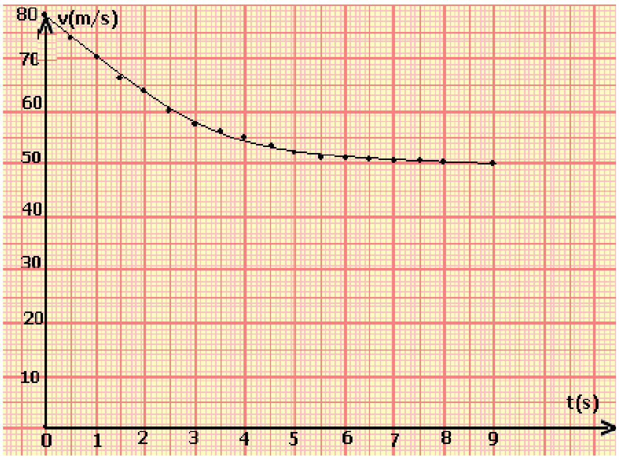
2 ـ أوجد المعادلة التفاضلية خلال سقوط المظلي ولوازمه باعتبار المحور الرأسي $(O,\vec{k})$ وموجها نحو الأسفل . نهمل دافعة أرخميدس .

3 ـ لتحديد تغير السرعة خلال الزمن t نستعمل طريقة أولير حيث نختار خطوة الحساب $\Delta t=0,5s$.

3 ـ 1 لتكن v_n السرعة في اللحظة t_n و v_{n+1} السرعة في اللحظة $t_{n+1}=t_n+\Delta t$ ، بين أن المعادلة التفاضلية السابقة يمكن أن تكتب على الشكل التالي :

$v_{n+1}=v_n+A-B.v_n^2$ حيث $A=4,9SI$ و $B=1,95.10^{-3}SI$.

حدد بدقة وحدة الثابتتين A و B في النظام العالمي للوحدات .



3 ـ 2 باستعمال المبيان جانبه والذي يمثل تغيرات السرعة v بدلالة الزمن t التي تم حسابها بواسطة العلاقة السابقة ، عين :

أ ـ رتبة قدر المدة اللازمة ليصل المظلي ولوازمه إلى السرعة الحدية ،

ب ـ قيمة السرعة الحدية ، وعبر عنها بالوحدة km/h

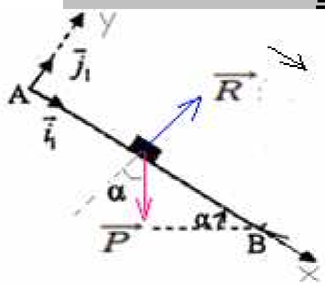
ج ـ قيمة الزمن المميز للحركة .

SBIRO Abdelkrim Lycée Agricole oulad-taima région d'Agadir Maroc

Mail sbiabdou@yahoo.fr

pour toute observation contactez moi

1) تصحيح التمرين الأول :موضوع باكالوريا مغربية :علوم فيزيائية الدورة العادية 2010



-1 ■ المجموعة المدروسة الجسم (S)

■ جرد وتمثيل القوى :

$\vec{P}$: وزن الجسم .

$\vec{R}$: تأثير سطح التماس وهي عمودية على السطح لأن التماس يتم بدون احتكاك .

■ تطبيق القانون الثاني لنيوتن : $\vec{P}+\vec{R}+m.\vec{a}_G$

■ اختيار معلم مناسب : نعتبر المعلم $(A,\vec{i_1},\vec{j_1})$ نعتبره غاليليا .

بالإسقاط على المحور ox : $+P\sin\alpha+0=m.a_x \Leftarrow m.g.\sin\alpha=m.a_x \Leftarrow a_x=g.\sin\alpha$

بالإسقاط على المحور oy : $-P.\cos\alpha+R=0 \Leftarrow a_y=0$ لأنه لا حركة للجسم حسب oy .

****

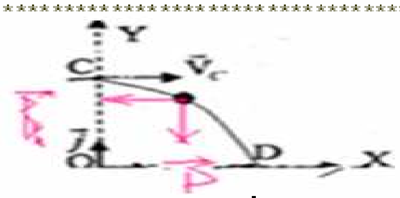
1-2 بتطبيق العلاقة المستقلة عن الزمن بين O و B : $v_B^{\;2}-v_O^{\;2}=2.a_x(x_B-x_O)$ أي : $v_B^{\;2}=2.a_xAB$ لأن $v_O=0$

ومنه : $v_B=\sqrt{2.a_xAB}=\sqrt{2g(\sin 20)\times 2,4}=4m/s$

****

1-3 $R=P.\cos\alpha=mg\cos 20=70\times 9,8.\cos 20=644,6N$

****



2)1-2- المجموعة المدروسة : الجسم S .

- جرد القوى : $\vec{P}$: وزن الجسم .

$\vec{f_1}$: تأثير الرياح الاصطناعية .

- تطبيق القانون الثاني لنيوتن : $\boxed{\vec{P}+\vec{f_1}=m\vec{a}_G}$

(1)

بإسقاط (1) على ox : $0-f_1=ma_x \Leftarrow a_x=-\frac{f_1}{m}$ أي : ثابتة= $\frac{dv_x}{dt}=\frac{f_1}{m}$ $\Leftarrow v_x=-\frac{f_1}{m}t+k$ وبما أن عند اللحظة

t=0 ، $v_x=v_C$ فإن الثابتة $k=v_C$ وبالتالي : $\boxed{v_x=-\frac{f_1}{m}.t+v_C}$.

****

2-2 أ- في النقطة D تنعدم V_x عند اللحظة $t=t_D$ $\Leftarrow 0=-\frac{f_1}{m}.t_C+v_C \Leftarrow f_1=\frac{m.v_C}{t_C}=\frac{70\times4{,}67}{0{,}86}\approx380N$

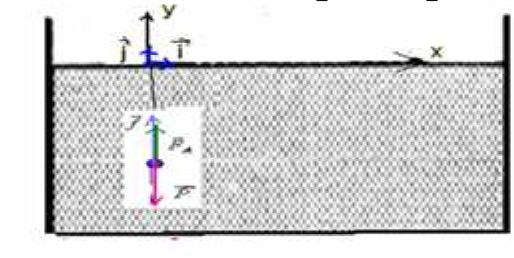
****

ب- باسقاط (1) المحور oy: $P+0=m.a_y \Leftarrow a_y=-g$ أي: ثابتة= $\frac{dv_y}{dt}=-g \Leftarrow v_y=-g.t+k'$ وبما أن عند

اللحظة t=0 ، $v_y=0$ فإن الثابتة $k'=0$ وبالتالي : $v_y=-gt$. أي: $\frac{dy}{dt}=-gt$ ومنه : $y=-\frac{1}{2}gt^2+k''$

باستعمال الشروط البدئية : عند t=0 لدينا y=h $\Leftarrow$ k''=h وبالتالي : $y=-\frac{1}{2}gt^2+h$.

عند وصول الجسم للنقطة D : y=0 أي : $0=-\frac{1}{2}gt_D^2+h \Leftarrow h=\frac{1}{2}gt_D^2=\frac{1}{2}\times9{,}9\times(0{,}86)^2=3{,}62m$



-3 3-1 المجموعة المدروسة : الجسم S
جرد القوى : يخضع الجسم S للقوى التالية:
$\vec{P}$: وزنه . $\vec{P}=-m.g.\vec{j}$
$\vec{F}_A$: دافعة أرخيميدس . $\vec{F}_A=637\vec{j}$.
$\vec{f}$: قوة الاحتكاك: $\vec{f}=140v^2\vec{j}$
بتطبيق القانون الثاني لنيوتن : $\vec{P}+\vec{F}_A+\vec{f}=m.\vec{a}_G$

****

بالإسقاط على المحور oy: $-P+F_A+f=m.a$ أي: $-mg+F_A+140.v^2=m.\frac{dv}{dt}$

$\Leftarrow -70\times9{,}8+637+140.v^2=70\frac{dv}{dt} \Leftarrow 70\frac{dv}{dt}-140.v^2+49=0 \Leftarrow \frac{dv}{dt}-2v^2+0{,}7=0$

****

3-2 نحصل على السرعة الحدية عندما يتحقق النظام الدائم بحيث تصبح $v=v_\ell=$ ثابتة $\Leftarrow \frac{dv}{dt}=0$

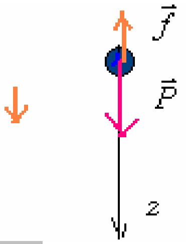
$\frac{dv}{dt}=2v_\ell^2-0{,}7=0 \Leftarrow v_\ell=\sqrt{\frac{0{,}7}{2}}=0{,}59m/s$

-3.3 طريقة أولير: $a_{i+1}=2V_{i+1}^2-0{,}7=2\ .\ (1{,}80)^2-0{,}7=5{,}78m/s^2$

$V_{i+2}=V_{i+1}+a_{i+1}(t_{i+2}-t_{i+1})=-1{,}80+5{,}78(0{,}21-0{,}195)=-1{,}71m/s$

(2 تصحيح التمرين الثاني سقوط مظلي في الهواء: .

-1



المجموعة المدروسة :المظلي وتجهيزه.
جرد وتمثيل القوى : $\vec{P}$: وزن المجموعة . $\vec{f}$: مقاومة الهواء.
تطبيق القانون الثاني لنيوتن : $\vec{f}+\vec{P}=m.\vec{a}_G$
الاسقاط على المحور (O,z) : $P-f=m.\frac{dv_z}{dt}$

أي : $m.g-k.v=m.\frac{dv}{dt} \Leftarrow$ المعادلة التفاضلية للحركة $\frac{dv}{dt}=-\frac{k}{m}.v+g$ وهي على الشكل $\frac{dv}{dt}=Av+B$

ومنه : $A=-\frac{k}{m}$ و $B=g$

****

-2 أ-مبيانيا التسارع دالة تآلفية معادلتها على الشكل : **a=A.v+B** نجد مبيانيا : **$B=10m/s^2$** ونعلم أن $B=g$ إذن **$g=10m/s^2$**.

ب- نحصل على السرعة الحدية عندما يتحقق النظام الدائم أي $\frac{dv}{dt}=0$ أي a=0 وهي توافق نقطة تقاطع المستقيم مع محور السرعة v أي

. $v_\ell=12{,}5m/s$

****

-3 بتحديد قيمة المعامل الموجه : $A=\frac{\Delta a}{\Delta v}=\frac{10-6}{0-5}=-\frac{4}{5}=-0{,}8$ ومنه $A=-\frac{k}{m}=-0{,}8 \Leftarrow \frac{k}{m}=0{,}8$

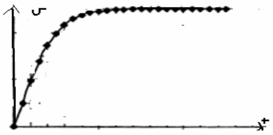
****

4 - نحصل على السرعة الحدية عندما يتحقق النظام الدائم أي $\frac{dv}{dt}=0 \Leftarrow -\frac{k}{m}.v_\ell+g=0 \Leftarrow v_\ell=\frac{g.m}{k}$ ومنه :

$k=\frac{g.m}{v_\ell}=\frac{10\times100}{12{,}5}=80$ والعلاقة السابقة تصبح: $\frac{dv}{dt}=-0{,}8.v+10$

****

5- تغيرات سرعة المظلي بدلالة الزمن :



***

6- نعلم ان حل المعادلة التفاضلية : $\frac{dv}{dt} = Av + B$ هي : $v = v_\ell(1-e^{-\frac{k}{m}.t})$ وعند اللحظة t=12,5s و $\frac{k}{m} = 0,8$

$v = v_\ell(1-e^{-\frac{k}{m}.t}) = v_\ell(1-e^{-\frac{k}{m}.t}) = v_\ell(1-e^{-0,8\times 12,5}) \approx v_\ell$ ومنه فإن النظام المتحقق هو النظام الدائم.

3) تصحيح التمرين الثالث : سقوط جسم صلب في الهواء:.

1من خلال تغيير شدة دافعة أرخيمدس : $F_A = \rho.V.g$ $F_A = \rho_{air}.V.g = 1,3\times\frac{4}{3}\pi.(1,5.10^{-2})^3\times 9,8 = 1,8.10^{-4}N$

شدة وزن قطرة الماء : $P = m.g = 13.10^{-3}.9,8 = 0,13N$

$\frac{P}{F_A} \approx 708$ $\Leftarrow$ $P = 708F_A$ ومنه $P >>> F_A$ يمكن إهمال دافعة أرخيمدس أمام الوزن P.

***

2-2-1. بتطبيق القانون الثاني لنيوتن لدينا $\vec{P} + \vec{f} = m\vec{a}$

باسقاط العلاقة نجد $P - f = ma$ $\Rightarrow$ $mg - kV^2 = m\frac{dV}{dt}$

$$\begin{cases} \frac{dV}{dt} = g - \frac{k}{m}V^2 \\ \frac{dV}{dt} = A - BV^2 \end{cases} \Longrightarrow B = \frac{k}{m},\quad A = g$$

$a = g - \frac{k}{m}v^2$ عند t=o ، vo=0 ومنه ao=g

-2-2 $a_0 = 9,8\ m.s^{-2}$ $\quad v_\ell = 25\ m.s^{-1}$

أ- $\tau = \frac{v_\ell}{a_0} = 2,55\ s$

ب- عند $t = 0$ نجد $a_0 = A - BV_0^2 = A$

في النظام الدائم $A - BV_\ell^2 = 0 \Rightarrow V_\ell = \sqrt{\frac{A}{B}}$

$A = 9,8\ m.s^{-2}$

ت- $B = \frac{A}{V_\ell^2} = 1,57.10^{-2}\ m^{-1}$

-3-2 $a_4 = A - BV_4^2 = 9,8 - 1,57.10^{-2}(17,2)^2 = 5,15\ m.s^{-2}$

$V_5 = V_4 + a_4\Delta t = 17,2 + (5,15*0,5) = 19,77\ m.s^{-1}$

4)تصحيح التمرين الرابع =موضوع باكالوريا مغربية ،مسلك العلوم الرياضية الدورة العادية لسنة 2010 :. :

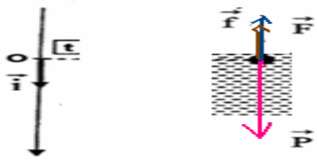
١- * المجموعة المدروسة (الكرية a)

٢- * جرد وتمثيل القوى :

– دافعة أرخميدس $\vec{F} = -\rho_0.V.g.\vec{i}$ ،

– قوة الاحتكاك المائع $\vec{f} = -6\pi.\eta.r.v.\vec{i}$ حيث v سرعة الكرية ،

– وزنها $\vec{P} = m.\vec{g}$.



*تطبيق القانون الثاني لنيوتن : $\vec{P} + \vec{F} + \vec{f} = m.\vec{a}_G$

*الاسقاط على المحور ox: $m.g - \rho_o.V.g - 6\pi.\eta.r.v = m.\frac{dv}{dt}$ $\Leftarrow$ $\frac{dv}{dt} = g - \frac{\rho_o.V.g}{m} - \frac{6\pi.\eta.r.v}{m}$ وبما أن

$m = \rho.V$ العلاقة السابقة تصبح : $\frac{dv}{dt} + \frac{6\pi.\eta.r.v}{m} = g - \frac{\rho_o.V.g}{\rho.V}$ أي : $\frac{dv}{dt} + \frac{6\pi.\eta.r.v}{\rho.V} = g.(1 - \frac{\rho_o}{\rho})$

$\frac{dv}{dt} + \frac{6\pi.\eta.r.v}{\rho.\frac{4}{3}.\pi.r^3} = g.(1 - \frac{\rho_o}{\rho})$ ومنه : $\boxed{\frac{dv}{dt} + \frac{9.\eta.v}{2.\rho.r^2} = g.(1 - \frac{\rho_o}{\rho})}$ بالمقارنة مع المعادلة :

$\frac{dv}{dt} + \frac{v}{\tau} = C$

نجد : $C = g.(1 - \frac{\rho_o}{\rho})$ و $\frac{1}{\tau} = \frac{9.\eta}{2.\rho.r^2}$ أي : $\tau = \frac{2.\rho.r^2}{9.\eta}$

تطبيق عددي : $\tau = \frac{2.\rho.r^2}{9.\eta} = \frac{2.\times 2600\times(0,25.10^{-2})^2}{9\times 8.10^{-2}} = 4,51.10^{-2}s$

1-2 لدينا : $\frac{dv}{dt}+\frac{v}{\tau}=C$ عندما يتحقق النظام الدائم ، تصبح السرعة ثابتة : ثابتة $v=v_\ell=$ ومنه : $\frac{dv}{dt}=0$

أي : $0+\frac{v_\ell}{\tau}=C$ ⇐ $v_\ell=C.\tau$ مع : $C=9,81(1-\frac{970}{2600})=6,15$ و $\tau=4,51.10^{-2}s$ ⇐ $v_\ell\approx0,277m/s$

1-2-2 من خلال $v_\ell=C.\tau$ ومن خلال تعبير τ : $\tau_a=\frac{2\rho.r^2}{9.\eta}=4,51.10^{-2}s$ يتضح انه بالنسبة للكرية b ذات الشعاع r'=2r ،

$\tau_b=\frac{2\rho(2r)^2}{9\eta}=0,1804s>\tau_a$ وبالتالي ستستغرق الكرية b وقتا أطول لبلوغ السرعة الحدية من الوقت الذي تستغرقه الكرية a.

***

2-2-الكرية a قطعت المسافة d_1=5cm خلال النظام الانتقالي أي خلال $5\tau_a$،وتواصل حركتها بسرعة ثابتة لبلوغ القعر في العمق H-d_1.

الكرية b قطعت المسافة d_2=80cm خلال النظام الانتقالي أي خلال $5\tau_b$ ، وتواصل حركتها بسرعة ثابتة لبلوغ القعر في العمق H-d_2.

بما أن سرعة كل منهما في النظام الدائم تصبح ثابتة : $v_\ell(a)=0,277m/s$ و : $v_\ell(b)=1,109m/s$.

المدة التي ستستغرقها الكرية a لبلوغ ا لقعر :

$$t_1=5\tau_a+\frac{H-d_1}{v_\ell(a)}=5\times4,51.10^{-2}+\frac{1-0,05}{0,277}=3,655s$$

المدة التي ستستغرقها الكرية b لبلوغ القعر :

$$t_2=5\tau_b+\frac{H-d_2}{v_\ell(b)}=5\times0,1804+\frac{1-0,8}{1,109}=1,082s$$

المدة الزمنية الفاصلة بين وصول الكريتين (a) و (b) إلى قعر الأنبوب :

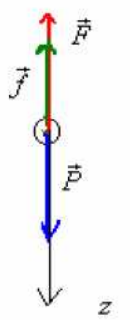
$$\Delta t=t_2-t_1\approx2,57s$$

5)التمرين الخامس = موضوع باكالوريا مغربية :نمذجة قوة احتكاك مائع : شعبة العلوم الرياضية الدورة العادية 2008

(1 $v_\ell=\frac{d}{\Delta t}=\frac{20\times10^{-2}m}{956\times10^{-3}s}\approx0,209m/s$

***

2)خلال سقوطها تخضع الكلة للقوى التالية : $\vec{P}$ الوزن . و $\vec{F}$:دافعة ارخيميدس. و f : قوة الاحتكاك.



بتطبيق القانون الثاني لنيوتن لدينا: $\vec f+\vec F+\vec P=m.\vec a_G$

بالإسقاط على المحور oz: $-f-F+P=ma_x$

أي : $m\frac{dv}{dt}+9\pi r.v^n+\rho_2V.g-mg=0$

$$\frac{dv}{dt}+\frac{9\pi r.}{m}v^n+\frac{\rho_2 g}{m}V.-g=0$$

$\frac{dv}{dt}+\frac{9\pi r.}{\rho_1.V}v^n=g-\frac{\rho_2.g}{\rho_1}$ مع : $m=\rho_1.V$ ⇐ $\frac{dv}{dt}+\frac{9\pi r.}{\rho_1.V}v^n=\frac{g(\rho_1-\rho_2)}{\rho_1}$ و $V=\frac{4}{3}\pi.r^3$

إذن لدينا : $\frac{dv}{dt}+\frac{27..}{\rho_1.4.r^2}v^n=\frac{g(\rho_2-\rho_1)}{\rho_1}$ على الشكل : $\frac{dv}{dt}+A.v^n=B$

مع: $A=\frac{27}{4\rho_1r^2}$ و $B=\frac{g(\rho_1-\rho_2)}{\rho_1}$

---

3) لدينا v_ℓ ثابتة ⇐ $\frac{dv_\ell}{dt}=0$ وبذلك تصبح العلاقة السابقة كما يلي: $A.v_\ell^n=B$ ⇐ $v_\ell^n=\frac{B}{A}=\frac{4.r^2g(\rho_1-\rho_2)}{27}$

(4 $$v_\ell^n=\frac{B}{A}=\frac{4.r^2g(\rho_1-\rho_2)}{27}=\frac{4\times(10^{-2})^2\times9.81\times(2.7-1.26)\times10^3}{27}=0,209$$

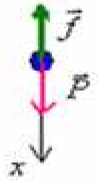
$\log v_\ell^n=\log0,209$ ⇐ $n\log v_\ell=\log0,209$

$$n=\frac{\log0,20928}{\log v_\ell}=\frac{\log0,209}{\log0,209}=1$$

تصحيح التمرين السادس : سقوط قطرة ماء في الهواء

1 - $\frac{P}{F_{Ar}}=\frac{mg}{\rho_{air}.V.g}=\frac{\rho_{eau}.V.g}{\rho_{air}.V.g}=\frac{\rho_{eau}}{\rho_{air}}=\frac{10^3}{1,3}\approx769$ ⇐ $P>>>F_{Ar}$ يمكن إهمال دافعة أرخيميدس أمام الوزن P.

***



2)المجموعة المدروسة : < قطرة الماء >.

جرد القوى:بإهمال دافعة أرخيمدس ، تخضع القطرة لوزنها $\vec{P}$ ومقاومة الهواء $\vec{f}$.

نعتبر معلما غاليليا $(o,\vec{i})$ موجها في نفس منحى الحركة .

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن : $\Sigma\vec{F} = m\vec{a}_G$

$\vec{P} + \vec{f} = m\vec{a}_G$

بالإسقاط على المحور ox: $P - f = m.a$ $\Leftarrow$ $m.g - k.v = m.\frac{dv}{dt}$ $\Leftarrow$ $m.\frac{dv}{dt} + k.v = m.g$

ومنه نجد : $\frac{dv}{dt} + \frac{k}{m}.v = g$ وهي المعادلة التفاضلية . وهي على الشكل : $\boxed{\frac{dv_x}{dt} + A.v = B}$ مع : $\boxed{A = \frac{k}{m}}$ و $\boxed{B = g}$.

****

3-من خلال العلاقة السابقة لدينا : $\frac{dv}{dt} = g - \frac{k.v}{m}$ الشرط اللازم لبلوغ السرعة الحدية هو : $\frac{dv}{dt} = 0$ أي : $g - \frac{k.v_\ell}{m} = 0$

ويتحقق ذلك عندما تكون $t \geq 5\tau$ مع $\tau = \frac{m}{k}$ 4- السرعة الحدية لقطرة الماء : $v_\ell = \frac{g.m}{k}$

5- لنتحقق من كون : $v = v_\ell(1 - e^{-\frac{k}{m}.t}) = \frac{mg}{k}(1 - e^{-\frac{k}{m}.t})$ حل للمعادلة التفاضلية السابقة.

$v = \frac{mg}{k} - \frac{mg}{k}.e^{-\frac{k}{m}.t}$ $\frac{dv}{dt} = \frac{\cancel{m}.g}{\cancel{k}}.\frac{\cancel{k}}{\cancel{m}}.e^{-\frac{k}{m}.t} = g.e^{-\frac{k}{m}.t}$ بالتعويض في المعادلة التفاضلية : $\frac{dv}{dt} + \frac{k}{m}.v = g$

$g.e^{-\frac{k}{m}.t} + \frac{\cancel{k}}{\cancel{m}}.\frac{\cancel{m}g}{\cancel{k}} - \frac{\cancel{k}}{\cancel{m}}.\frac{\cancel{m}g}{\cancel{k}}.e^{-\frac{k}{m}.t} = g$ $\Leftarrow$ $\cancel{g.e^{-\frac{k}{m}.t}} + g - \cancel{g.e^{-\frac{k}{m}.t}} = g$ $\Leftarrow$ $g = g$ إذن الحل المعطى هو حل للمعادلة التفاضلية .

****

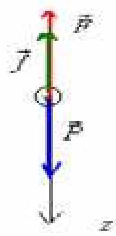
6- لنحدد قيمة الثابتة k ، علما أن : $v_\ell = 7.56cm/s$ ، $R = 25\ \mu m$.

$V = \frac{4}{3}\pi.r^3 = \frac{4}{3}\pi(25.10^{-6})^3 = 6{,}54.10^{-14}m^3$

$v_\ell = \frac{g.m}{k}$ $\Leftarrow$ $k = \frac{m.g}{v_\ell} = \frac{\rho_{eau}.V.g}{v_\ell} = \frac{1000\times6{,}54\times10^{-14}\times9{,}8}{7{,}56\times10^{-2}} = 8{,}48\times10^{-9}$ **kg/s**

****

تصحيح التمرين السابع :- نمذجة قوة الاحتكاك المائع



1- تخضع الكرية للقوى التالية : $\vec{P}$ الوزن . و $\vec{F}$:دافعة ارخيميدس. و f : قوة الاحتكاك.

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن لدينا: $\vec{f} + \vec{F} + \vec{P} = m.\vec{a}_G$

بالإسقاط على المحور oz: $-f - F + P = ma_z$

****

2- $-k.v - \rho.V.g + mg = m.\frac{dv}{dt}$ $\Leftarrow$ $-\frac{k.v}{m} + \frac{-\rho.V.g + mg}{m} = \frac{dv}{dt}$ $\Leftarrow$ $\frac{dv}{dt} = -\frac{k}{m}.v + \frac{g(m - \rho.V)}{m}$ وهي على الشكل :

dv/dt = A-B.v مع $A = \frac{g(m - \rho.V)}{m}$ و $B = \frac{k}{m}$.

3- $A = \frac{g(m - \rho V)}{m} = \frac{10m.s^{-2}(35.10^{-3}kg - 0{,}9110^3kg.m^{-3}\times33{,}5.10^{-6}m^3)}{35\times10^{-3}kg} = \frac{10.(35 - 0{,}91\times33{,}5)}{35} = 1{,}29m.s^{-2}$

****

4- $v_\ell = 0{,}17m/s$ والسرعة الحدية : $\frac{dv}{dv} = A - B.v_\ell = 0$ $\Leftarrow$ $v_\ell = \frac{A}{B} = 0{,}17m/s$ $\Leftarrow$ $B = \frac{A}{v_\ell} = \frac{1{,}29}{0{,}17} = 7{,}59$

****

-5

i	0	1	2	3	4	5	6	7
t_i (s)	0	0,08	0,16	0,24	0,32	0,40	0,48	0 ,56
v_i (m/s)	vo	0,102	0,143	v_3	0,165	0,167	0,169	0,169
$a_i = dv_i/dt$ (m/s^2)	ao	0,51	0,20	a_3	0,03	0,02	0,00	0,00

1-5-قيمة الخطوة $\Delta t = 0{,}08s$

2-5- بمعرفة vo من خلال الشروط البدئية : $v_o = 0$ لدينا : $a_o = A - B.v_o = A = 1{,}29m/s$

$a_3 = A - B.v_3 = 1{,}29 - 7{,}59 \times 0{,}159 \approx 0{,}08 m/s^2$ **: ولدينا** $v_3 = 0{,}059 m/s \Leftarrow v_4 = v_3 + 0{,}08.a_3$

3-5-المنحنى التجريبي $v = f(t)$ يقارب النظري نتحقق وبالتالي تمت نمذجة قوة الاحتكاك بطريقة صحيحة.

8) تصحيح التمرين الثامن : حركة صعود فقاعة من الهواء في الماء :

أجوبة : 1- لدينا : PV=nRT مع : $V = \frac{4}{3}\pi.r^3$ **و :** $P = P_{atm} - \rho.g.z$ **وبذلك تصبح العلاقة السابقة كما يلي :**

$(P_{atm} - \rho.g.z).\frac{4}{3}\pi.r^3 = n.R.T$ **: ومنه** $r = \sqrt[3]{\frac{3n.R.T}{(P_{atm} - \rho.g.z).4\pi}}$.

****

2 - PV=nRT $\Leftarrow$ كمية مادة الهواء في الفقاعة.

$$n = \frac{P.V}{RT} = \frac{(P_{atm} - \rho.g.z).\frac{4}{3}\pi.r_o^3}{RT} = \frac{\left[10^5 - 10^3 \times 9{,}8(-3)\right] \times 4 \times \pi \times (0{,}5 \times 10^{-3})^3}{3 \times 8{,}314 \times 300} = 2{,}7.10^{-8} mol$$ **وهي ثابتة.**

****

3-عند السطح z=0 وبذلك العلاقة : $(P_{atm} - \rho.g.z).V = n.R.T$ **تصبح** $P_{atm}.\frac{4}{3}\pi.r^3 = n.R.T$ **ومنه حجم الفقاعة عند السطح :**

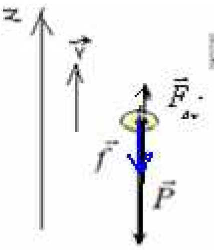
$$P_{atm}.\frac{4}{3}\pi.r^3 = \sqrt[3]{\frac{3.n.R.T}{4.\pi.P_{atm}}} = \sqrt[3]{\frac{3 \times 2{,}7 \times 10^{-8} \times 8{,}314 \times 300}{4 \times \pi \times 10^5}} = 0{,}54.10^{-3} m = 0{,}54 mm$$

التغير: $\Delta r = 0{,}54 - 0{,}5 = 0{,}04 = 4\%$ $\Leftarrow$ $\Delta r < 10\%$ **وبالتالي تغير شعاع الفقاعة مهمل.**

****

-4 $n = \frac{m}{M}$ $\Leftarrow$ $m = M.n = 29 \times 2{,}7 \times 10^{-8} = 7{,}83.10^{-7} g$

****



-5 مميزات دافعة أرخميدس $\vec{F}_{Ar}$:
$$\vec{F}_{Ar}\begin{cases} - G \\ - \text{الاتجاه الراسي المار من G} \\ - \text{نحو الأعلى} \\ - F_{Ar} = \rho V g = \frac{\rho.4\pi r_o^3.g}{3} \approx 5.10^{-6} N \end{cases}$$

1-6-6 مميزات $\vec{P}$:
$$\vec{P}\begin{cases} G \\ - \text{الاتجاه الراسي المار من G} \\ \text{المنحى نحو الأسفل} \\ P = mg \end{cases}$$

****

2-6 *تطبيق القانون الثاني لنيوتن : $\vec{P} + \vec{F}_{Ar} + \vec{f} = m\vec{a}$

بالاسقاط على المحور oz $-P + F_{Ar} - f = m.\frac{dv}{dt}$ **الفقاعة تندفع نحو الأعلى .**

$$-mg + \rho.V.g - 6\pi.\eta.r_o.v = m.\frac{dv}{dt} \Leftarrow \frac{dv}{dt} + \frac{6\pi\eta.r_o}{m}.v = g(\frac{\rho.V}{m} - 1) \text{ :أي } \frac{dv}{dt} + \frac{6\pi\eta.r_o}{m}.v = g(\frac{\rho.V}{m} - 1)$$

نضع $\alpha = \frac{6\pi\eta.r_o}{m}$ **و** $\beta = g(\frac{\rho.V}{m} - 1)$ **فتكتب العلاقة.السابقة كما يلي :** $\frac{dv}{dt} + \alpha.v = \beta$ **وهي المعادلة التفاضلية التي تحققها السرعة.**

****

7 حل المعادلة التفاضلية : $v = v_\ell(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) = v_\ell - v_\ell.e^{-\frac{t}{\tau}}$ $\Leftarrow$ $\frac{dv}{dt} = \frac{v_\ell}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}}$ **بالتعويض في المعادلة التفاضلية :**

$$\frac{v_\ell}{\tau}.e^{-\frac{t}{\tau}} + \alpha.v_\ell - \alpha.v_\ell.e^{-\frac{t}{\tau}} = \beta \text{ أي } v_\ell.e^{-\frac{t}{\tau}}(-\alpha + \frac{1}{\tau}) + \alpha.v_\ell - \beta = 0 \Leftarrow \begin{cases} \alpha.v_\ell - \beta = 0 \\ -\alpha + \frac{1}{\tau} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} v_\ell = \frac{\beta}{\alpha} \\ \tau = \frac{1}{\alpha} \end{cases} \text{ أي } \begin{cases} v_\ell = \frac{\beta}{\alpha} = \frac{g(\rho.V - m)}{6\pi\eta.r_o} \\ \tau = \frac{1}{\alpha} = \frac{m}{6\pi\eta.r_o} \end{cases}$$

****

8 $$v_\ell = \frac{g(\rho.V - m)}{6\pi\eta.r_o} = \frac{9{,}8 \times (10^3.5{,}234 \times 10^{-10} - 7{,}83 \times 10^{-10})}{6.\pi.10^{-3}.0{,}5 \times 10^{-3}} = 0{,}54 m/s$$

****

9) تصحيح التمرين التاسع: حركة سقوط كرة معدنية في مائع:

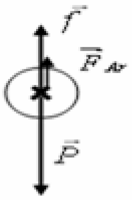
1.أ- بمقارنة المعادلة $v(t)=1{,}14\cdot\left(1-e^{-\frac{t}{0{,}132}}\right)$ **مع** $x(t)=\frac{\beta}{\alpha}\cdot\left(1-e^{-\alpha.t}\right)$ **نجد:** $\frac{\beta}{\alpha}=1{,}14$ و $\alpha=\frac{1}{0{,}132}$.

المقدار $\left(1-e^{-\frac{t}{0{,}132}}\right)$ **في تعبير التسارع ليس له بعد، إذن النسبة** $\frac{\beta}{\alpha}$ **متجانسة مع السرعة . لها نفس وحدة السرعة أي** $m.s^{-1}$.

ب- $v(t)=1{,}14\cdot\left(1-e^{-\frac{t}{0{,}132}}\right)$ **حل لمعادلة تفاضلية من النوع:** $\frac{dx}{dt}+\alpha\cdot x=\beta$.

بالمقارنة $v\Leftrightarrow x$ ، **أي:** $\frac{dv}{dt}+\alpha\cdot v=\beta$ **لكن:** $\alpha=7{,}58$ و $\frac{\beta}{\alpha}=1{,}14$ **أي** $\beta=1{,}14\alpha$ **إذن:** $\beta=1{,}14\times7{,}58=8{,}64$

بتعويض α **و** β **بقيمتها نصل إلى العبارة المعطاة** $\frac{dv}{dt}+7{,}58v=8{,}64$.



2.أ. المجموعة المدروسة هي الكرة .
القوى المطبقة على الكرة هي:
- $\vec P=m\cdot\vec g$: الوزن ، منحاه رأسي و اتجاهه نحو الأسفل.
- $\vec F_{Ar}$: دافعة أرخميدس ، منحاها راسي و اتجاهها نحو الأعلى.
- $\vec f$ قوة الإحتكاك ، منحاها راسي و اتجاهها نحو الأعلى.

ب. بتطبيق قانون نيوتن الثاني: $\vec P+\vec f+\vec F_{Ar}=m\cdot\vec{a_G}$

بالإسقاط على المحور الرأسي الموجه نحو الأسفل: $P-f-F_{Ar}=m\cdot a$.

٣.أ. بالتعويض عن f **و** F_{Ar} **في العبارة الأخيرة، نجد:**

$m\cdot g-k\cdot v-\rho\cdot V\cdot g=m\cdot\frac{dv}{dt}$ أي : $g\cdot(m-\rho\cdot V)-k\cdot v=\frac{dv}{dt}$

و بقسمة طرفي المعادلة على m **ينتج:** $\frac{dv}{dt}+\frac{k}{m}\cdot v=\left(1-\frac{\rho\cdot V}{m}\right).g$

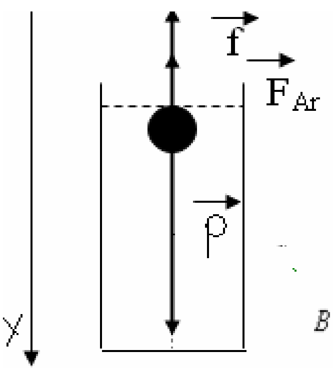
ب. بمطابقة المعادلة السابقة مع المعادلة $\frac{dx}{dt}+\alpha\cdot x=\beta$ **، نجد:** $\beta=\left(1-\frac{\rho\cdot V}{m}\right).g$ **و** $\alpha=\frac{k}{m}$

ج. إذا كنت دافعة أرخميدس مهملة $F_{Ar}=0$ ، **فإن:** $\rho\cdot V=0$ **و منه:** $\beta=\left(1-\frac{0}{m}\right).g$ ، **أي أن:** $\beta=g$ **ومنه:** $\beta=9{,}80\,m.s^{-2}$

نلاحظ في المعادلة التفاضلية: $\frac{dv}{dt}+7{,}58v=8{,}64$ **أن** $\beta=8{,}64\,m.s^{-2}$ **إذن:** $\beta\neq g\neq 9{,}80m.s^2$

و عليه فإن يجب أخذ دافعة أرخميدس بعين الاعتبار لان شدتها: $F_{Ar}=m\cdot(g-\beta)=3{,}7\times10^{-2}N$.

11) تصحيح التمرين العاشر: سقوط كرة معدنية في مائع :



1- $\vec P$ ، $\vec f$ و $\vec F_{Ar}$ **1-2 – 2** $\vec P+\vec F_{Ar}+\vec f=m.\vec a$

بالاسقاط على **oy** $mg-F_{Ar}-kv=m\frac{dv}{}$

$\frac{dv}{dt}=g-\frac{F_{Ar}}{m}-\frac{k}{m}.v$ وهي على الشكل : $\frac{dv}{dt}=A-B.v$ **2-2** $A=g-\frac{F_{Ar}}{m}$ و $B=\frac{k}{m}$

3-2 $A=9{,}8-\frac{\rho Vg}{}=9{,}8-1{,}45=8{,}35m/s^2$

-3 في النظام الدائم $v=C^{te}=v_\ell$ $\Leftarrow$ $\frac{dv}{dt}=0$ $\Leftarrow$ $0=A-B.v_\ell$ $v_\ell=\frac{A}{B}=0{,}8$ ومنه : $B=\frac{A}{v_\ell}=10{,}4s^{-1}$

****

-4 $v=v_\ell+C.e^{-B.t}$ $\Leftarrow$ $\frac{dv}{dt}=-B.Ce^{-B.t}$ **بالتعويض المعادلة التفاضلية** $\frac{dv}{dt}=A-B.v$ **نجد :**

$-B.Ce^{-B.t}=A-Bv_\ell-B.Ce^{-B.t}$ **أي:** $A-Bv_\ell=0$ $\Leftarrow$ $v_\ell=\frac{A}{B}$ **وبما أن عند t=0، v=0 :** $0=v_\ell+C$ $\Leftarrow$

$C=v_\ell$ **والحل يصبح :** $v=v_\ell.(1-e^{-B.t})$ **مع :** $B=\frac{k}{m}$ **ومنه :** $\tau=\frac{1}{B}=\frac{m}{k}=96ms$.

****

12 تصحيح التمرين الحادي عشر: سقوط كرة معدنية في مائع :

1- $f = k.v^2$

لدينا $F = m.a \Rightarrow [F] = [m].[a]$

ومنه : $[k] = \dfrac{[F]}{[v]^2} = \dfrac{[m].[a]}{[v]^2} = \dfrac{kg.m.s^{-2}}{m^2.s^{-2}} = kg/m$

****

-2

.1-2 -2 بتطبيق القانون الثاني لنيوتن لدينا $\vec{P} + \vec{f} = m\vec{a}$

بإسقاط العلاقة نجد $P - f = ma \Rightarrow mg - kV^2 = m\dfrac{dV}{dt}$

$$\begin{cases} \dfrac{dV}{dt} = g - \dfrac{k}{m}V^2 \\ \dfrac{dV}{dt} = A - BV^2 \end{cases} \Longrightarrow B = \dfrac{k}{m} \quad A = g$$

$\vec{P} + \vec{f} = m.\vec{a}$ بالاسقاط نجد $P - f = m.\dfrac{dv}{dt}$ أي : $mg - k.v^2 = m.\dfrac{dv}{dt}$ ومنه : $\dfrac{dv}{dt} = g - \dfrac{k}{m}.v^2$ أي : $a_i = g - \dfrac{k}{m}.v^2$

****

3 - 1-3 من خلال المعادلة التفاضلية : $a_n = g - \dfrac{k}{m}.v_n{}^2$ **(1)**

من خلال طريقة أولير لدينا : $v_{n+1} = a_n.\Delta t + v_n \Leftarrow a_n = \dfrac{v_{n+1} - v_n}{\Delta t}$ بالتعويض في **(1)** نحصل على:

$\dfrac{v_{n+1} - v_n}{\Delta t} = g - \dfrac{k}{m}.v_n{}^2 \Rightarrow v_{n+1} - v_n = g\Delta t - \dfrac{k}{m}\Delta t.v_n{}^2$ ومنه : $v_{n+1} = v_n + g\Delta t - \dfrac{k}{m}\Delta t.v_n{}^2$ **(2)**وهي على الشكل

: $v_{n+1} = v_n + A - B.v_n{}^2$ ، $A = g.\Delta t = 9{,}8.0{,}5 = 4{,}9m/s$ ، $v_\ell = \sqrt{\dfrac{mg}{k}} \Rightarrow \dfrac{k}{m} = \dfrac{g}{v_\ell{}^2}$ مبيانيا $v_\ell = 50m/s$

$B = \dfrac{k}{m}\Delta t. = \dfrac{g}{v_\ell{}^2}.\Delta t = 1{,}96.10^{-3}s.m^{-1}$.

****

2-3 أ- $t \approx 8s$ ب - $v_\ell = 50m/s = 180km/h$ ج- $5\tau \approx 8s \Rightarrow \tau = 1{,}6s$

****

SBIRO Abdelkrim Lycée Agricole oulad-taima région d'Agadir Maroc

Mail sbiabdou@yahoo.fr

pour toute observation contactez moi