

Hydrostatique

I/ DEFINITIONS DE FLUIDES

C Un fluide :

On appelle « fluide » (dans le sens de l'application des principes fondamentaux de la mécanique des fluides) un corps homogène et continu dont les diverses particules peuvent se déplacer ou se déformer sous l'action d'une force très faible.

C Un fluide parfait :

C'est l'image abstraite d'un liquide ou d'un gaz. Il épouse parfaitement les formes qu'on lui impose. Il supporte des contraintes de compression mais pas de contraintes d'extension ou de cisaillement alors qu'un fluide réel peut lui, en supporter. (Ex : viscosité, ...)

La notion de fluide parfait est une pure abstraction, destinée à faciliter certains calculs de mécanique des fluides théoriques.

C Un fluide incompressible :

C'est l'image abstraite d'un liquide. Son volume est indépendant de la pression, mais il varie avec la température (dilatation). Pour un liquide à une température donnée il n'existe qu'une seule masse volumique.

C Un fluide compressible :

C'est l'image abstraite d'un gaz. Son volume varie avec la pression et avec la température.

Pour définir sa masse volumique il faudra préciser sa température et sa pression.

C Statique des fluides incompressibles :

C'est l'étude de l'équilibre des fluides au repos. On l'appelle aussi : **L'HYDROSTATIQUE**.

II/ GRANDEURS FONDAMENTALES :

2.1) MASSE VOLUMIQUE « ρ » ET VOLUME MASSIQUE « v_m » :

a) Masse volumique :

La masse volumique d'un corps est la masse de l'unité de volume du corps.

* Equation :

$$\rho = \frac{m}{V}$$

ρ = Masse volumique [kg/m³]
 m = Masse du corps [kg]
 V = Volume du corps [m³]

Exemples :

] Béton de granulats lourds	$\rho = 2000 \text{ [kg/m}^3\text{]}$
] Eau à 4 °C	$\rho = 1000 \text{ [kg/m}^3\text{]}$
] Air à 0 °C et P° normale	$\rho = 1,293 \text{ [kg/m}^3\text{]}$

b) Volume massique :

Le volume massique d'un corps est le volume occupé par l'unité de masse de ce corps. C'est l'inverse de la masse volumique.

* Equation :

$$v_m = \frac{V}{m}$$

v_m	=	Volume massique	$[\text{m}^3/\text{kg}]$
m	=	Masse du corps	$[\text{kg}]$
V	=	Volume du corps	$[\text{m}^3]$

2.2) POIDS VOLUMIQUE :

Il représente le poids de l'unité de volume d'un corps. C'est la même définition que la masse volumique mais ici les unités de l'équation changent.

• Equation :

$$\varpi = \frac{P}{V}$$
$$\varpi = \frac{m \times g}{V} = \rho \times g$$

ϖ	=	Poids volumique du corps	$[\text{N/m}^3]$
m	=	Masse du corps	$[\text{kg}]$
V	=	Volume du corps	$[\text{m}^3]$
g	=	9,81	$[\text{m/s}^2]$

2.3) DENSITE :

La densité d'un corps est le rapport entre la masse volumique d'un corps et la masse volumique d'un corps de référence pris dans les mêmes conditions de pression et de température.

* Equation :

$$d = \frac{\rho}{\rho_0}$$

d	=	Densité du corps étudié	
ρ	=	Masse volumique du corps étudié	$[\text{kg/m}^3]$
ρ_0	=	Masse volumique du corps de référence	$[\text{kg/m}^3]$

* Remarques :

- * Si $d > 1$: Le corps étudié est plus lourd que le corps de référence,
- * Si $d < 1$: Le corps étudié est moins lourd que le corps de référence
Il flotte : si solide dans liquide.
Mouvement ascensionnel si gaz dans l'air.
- * Si $d = 1$: Le corps étudié est en équilibre indifférent.

* Si le corps étudié est un solide ou un liquide, le corps de référence sera de l'eau : $\rho_0 = 1000 \text{ [kg/m}^3\text{]}$

* Si le corps étudié est un gaz, le corps de référence sera l'air : $\rho_0 = 1.293 \text{ [kg/m}^3\text{]}$

III/ NOTION DE PRESSION :

3.1) Définition :

C'est le rapport de la force exercée par unité d'aire et PERPENDICULAIREMENT à celle-ci.

• Equation :

$$P = \frac{F}{S}$$

P = Pression $[\text{N/m}^2]$ ou $[\text{Pa}]$
F = Force exercée $[\text{N}]$
S = Aire ou surface $[\text{m}^2]$ (on dit aussi « Section »)

* Remarque : La pression est inversement proportionnel à l'aire sur laquelle s'exerce la force (ou le poids d'un corps).

3.2) Unités de pression :

L'unité de pression est le : **PASCAL**. Représentation : $[\text{Pa}]$

Autres unités et correspondance :

$$1 \text{ [Pa]} = 1 \text{ [N/mm}^2\text{]}$$

$$1 \text{ [bar]} = 10^5 \text{ [Pa]}$$

$$1 \text{ [bar]} = 1 \text{ [daN/cm}^2\text{]}$$

3.3) Pression en un point d'un liquide :

a) Définition :

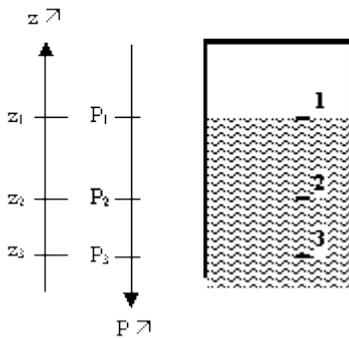
Il existe dans tous les liquides et les gaz une pression résultant du mouvement relatif des molécules (chocs entre elles et entre les parois du récipient).

b) Propriétés :

A l'intérieur d'un fluide parfait, la pression autour d'un point est constante et s'exerce perpendiculairement à toute surface centrée en ce point.

Dans un fluide (liquide ou gaz), les molécules situées au fond du récipient sont plus comprimées que celle situées en surface (tassement des molécules) :

- La pression en un point d'un fluide dépend du niveau auquel se trouve le point
- La pression est la même en tout point d'un même plan horizontal pour un fluide donné.

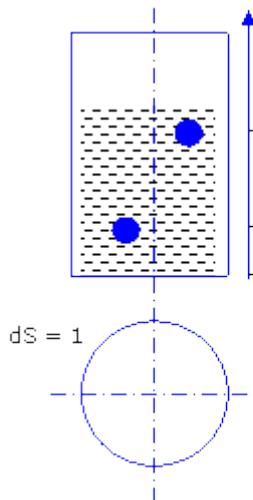


On appelle « Surfaces ISOBARES » le lieu des points du fluide soumis à la même pression.

Ces surfaces sont donc des plans horizontaux

IV/ EQUATION FONDAMENTALE DE LA STATIQUE :

41] Etablissement :



Soient deux points 1 et 2 où règnent les pressions statiques P_1 et P_2 .
En étudiant l'équilibre des forces (et donc des pressions) en présence, on obtient :

$$P_1 \times dS - P_2 \times dS - \rho \times (z_2 - z_1) \times dS = 0$$

$$D'où : P_1 - P_2 = \rho \times (z_2 - z_1)$$

Soit un cylindre de liquide supposé homogène et au repos, de base égale à l'unité de surface :

La différence des pressions statiques entre deux points d'un fluide PESANT en équilibre est égale au poids de la hauteur de liquide (d'un cylindre de base égale à l'unité de surface) située entre les deux points considérés.

$$(P_1 - P_2) = \rho \times g \times (z_2 - z_1)$$

P = Pression [Pa]

ρ = Masse volumique [kg/m³]

z = Cote du point considéré [m]

42] Hauteur statique de fluide :

La hauteur statique de fluide traduit, en [mètre de colonne de fluide], la pression qu'exerce le poids de la colonne de fluide au dessus du point considéré.

* Relation :

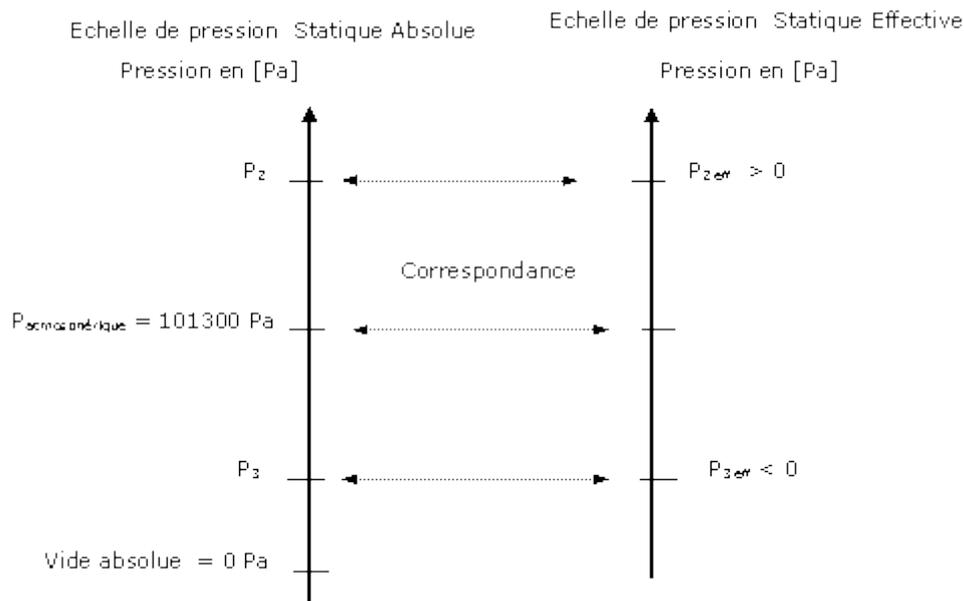
$$(z_2 - z_1) = h = \frac{(P_1 - P_2)}{\rho \times g}$$

43] Pressions statiques Effectives et Absolues :

* Notation : Pression effective : **P_{eff}** ou **P_e**

 Pression absolue : **P**

* Correspondance :



* Remarques :

- La pression absolue a pour origine 0 [Pa] soit le vide absolue.
- Une pression statique absolue peut être positive ou nulle.
- Une pression statique effective peut être positive, nulle voire négative.
- Le terme de pression négative indique seulement que l'on est en présence d'une **DEPRESSION** ou encore que la pression ainsi calculée est inférieure à la pression atmosphérique.
- Par l'intermédiaire des échelles, on peut en déduire :

$$P_2 = P_{\text{atmosphérique}} + P_{2\text{eff}}$$

* Application à « la hauteur de fluide » :

En reprenant la relation précédente, on peut donc écrire :

$$(z_2 - z_1) = h = \frac{(P_1 - P_2)}{\rho \times g}$$

$$h = \frac{(P_{\text{eff1}} - P_{\text{eff2}})}{\rho \times g}$$

Ainsi :

V/ THEOREME DE PASCAL :

Soient deux points « 1 » et « 2 » d'un fluide incompressible. En reprenant l'équation fondamentale de la statique, on a :

$$(P_1 - P_2) = \rho \times g \times (z_2 - z_1)$$

Si au point « 1 », on produit une augmentation de pression Δp_1 , il en résulte au point « 2 » une variation Δp_2 , telle que la loi précédente soit encore vérifiée :

$$(P_1 + \Delta p_1) - (P_2 + \Delta p_2) = \rho \times g \times (z_2 - z_1)$$

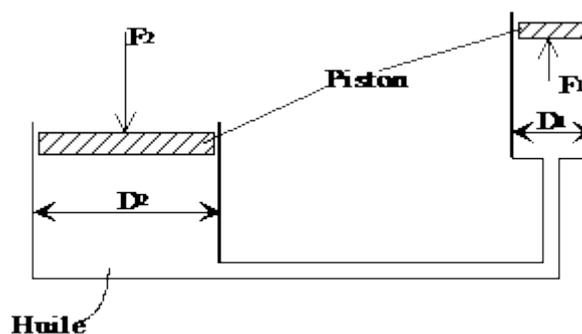
I Enoncé : Dans un fluide incompressible en équilibre, toute augmentation de pression produite en

un point se transmet intégralement à tous les points du fluide.

I Applications :

Les applications sont importantes et bien connues : Presses, Freins et Vérins hydrauliques, ...

1] Presses hydrauliques :



$$P_2 = P_1 \Leftrightarrow \frac{F_2}{S_2} = \frac{F_1}{S_1} \Leftrightarrow F_2 = F_1 \times \frac{S_2}{S_1}$$

Exemple :

Si le rapport des diamètres des pistons est $(D_2/D_1) = 10$, le rapport des sections sera de :

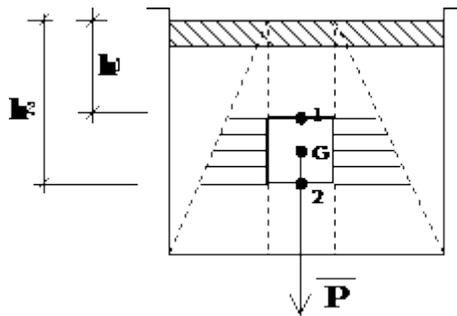
$$\frac{S_2}{S_1} = \frac{\frac{\pi \times D_2^2}{4}}{\frac{\pi \times D_1^2}{4}} = \frac{D_2^2}{D_1^2} = 100$$

Par conséquent, si on imprime un effort de 100 [N] sur le piston 1 (c'est à dire 10 kg), il en résulte un effort de poussée de 10 000 [N] sur le piston 2. Ainsi, en choisissant correctement le rapport des sections, on peut transmettre des efforts considérables.

VI/ THEOREME D'ARCHIMEDE :

On considère :

- un liquide de masse volumique « ρ_L »
- un solide cylindrique de section « A », de volume « V_s » et de poids « P » plongé à une certaine profondeur « h_1 ».
- V_s , le volume du solide immergé ou volume de liquide déplacé.



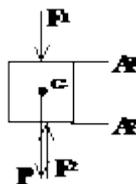
Etude de l'action du liquide sur le solide :

A une même profondeur, les forces latérales qui agissent sur la paroi du corps cylindrique

s'annulent deux à deux. On ne peut donc considérer que les forces exercées par l'eau sur les sections :

. $A_1 : F_1 = p_1 \times A_1$. $A_2 : F_2 = p_2 \times A_2$

Dans notre cas, on a :



$F_1 = [Pa + (\rho_L \times g \times h_1)] \times A_1$ Vers le bas

$F_2 = [Pa + (\rho_L \times g \times h_2)] \times A_2$ Vers le haut.

On appelle « F_v » la RESULTANTE, c'est à dire la somme vectorielle des deux forces :

$$\vec{F}_v = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 \quad F_v = -F_1 + F_2$$

$$F_v = - [Pa + (\rho_L \times g \times h_1)] \times A_1 + [Pa + (\rho_L \times g \times h_2)] \times A_2$$

$$= \rho_L \times g \times (h_2 - h_1) \times A \quad (A_1 = A_2 = A)$$

Avec : $(h_2 - h_1) \times A = V_{si} = \text{Volume du solide immergé}$

$$= V_{ld} = \text{Volume du liquide déplacé.}$$

Représentation :

F_v est dirigée de bas en haut et on l'appelle **POUSSEE HYDROSTATIQUE** ou **POUSSEE D'ARCHIMEDE**. Elle représente le poids du volume de liquide déplacé par le solide.

I Principe d'ARCHIMEDE :

$$F_v = \rho_L \times g \times V_{ld}$$

Avec :

F_v = Poussée d'Archimède [N]

ρ_L = Masse volumique du liquide [kg/m³]

g = Accélération de la pesanteur [m/s²]

V_{ld} = Volume de liquide déplacé [m³]

Enoncé du Principe :

TOUT CORPS PLONGE DANS UN LIQUIDE AU REPOS SUBIT DE SA PART UNE POUSSEE DE BAS EN HAUT, D'INTENSITE EGALE AU POIDS DU LIQUIDE DEPLACE.