

الثانية سلك باكالوريا  
مسلك العلوم الاقتصادية  
مسلك علوم التدبير المحاسباتي

## الاشتقاق ودراسة الدوال

### ❖ التمرين 1 .

$$\begin{cases} f(x) = -x + \frac{2}{x} \cdot x \in ]-\infty, 0[ \cup ]0, 1[ \\ f(x) = \frac{1+x}{2\sqrt{x}} \cdot x \in [1, +\infty[ \end{cases}$$

نعتبر الدالة  $f$  المعرفة بما يلي

- بين أن الدالة  $f$  متصلة في 1.
- ادرس قابلية الاشتقاق الدالة  $f$  في 1.
- احسب  $f'(x)$  لكل  $x \in D_f$  وكون جدول التغيرات .

### ❖ التمرين 2

$$\begin{cases} g(x) = \frac{x}{\sqrt{1-x}} \cdot x \leq 0 \\ g(x) = x\sqrt{x} \cdot x \geq 0 \end{cases}$$

دالة عددية بحيث  $g$

- احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$ .
- ادرس قابلية الاشتقاق في الصفر وأعط تأويلا للنتيجة المحصلة .
- احسب  $f'(x)$  وكون جدول التغيرات .

### ❖ التمرين 3 .

$$\begin{cases} f(x) = \frac{2 - \sqrt{x+3}}{x-1} \\ f(1) = -\frac{1}{4} \end{cases}$$

لتكن  $f$  دالة بحيث

- حدد  $D_f$  مجموعة تعريف الدالة  $f$
- ادرس اتصال الدالة  $f$  في 1.
- ادرس قابلية الاشتقاق في 1 وأول النتيجة هندسيا

#### ❖ التمرين 4.

$$\begin{cases} f(x) = \frac{\sqrt{1+x^2}-1}{x} & x \neq 0 \\ f(0) = 0 \end{cases} \quad \text{دالة عددية بحيث:}$$

1. حدد  $D_f$  مجموعة تعريف الدالة  $f$ .
2. بين أن  $f$  متصلة في 0.
3. ادرس قابلية اشتقاق الدالة  $f$  في 0.
4. احسب  $f'(x)$  وكون جدول التغيرات.

#### ❖ التمرين 5.

حدد قيمة العدد الحقيقي  $a$  لكي تكون الدالة  $f$  المعرفة كما يلي:

$$\begin{cases} f(x) = ax^2 - 1. & x \geq 1 \\ f(x) = ax - x. & x < 1 \end{cases} \quad \text{قابلية للاشتقاق في 1.}$$

#### ❖ التمرين 6.

$g$  دالة ذات المتغير الحقيقي  $x$  والمعرفة بما يلي:

$$g(x) = \sqrt{x^2 - 4} + x$$

1. حدد  $D_g$  مجموعة تعريف الدالة  $g$ .
2. ادرس قابلية اشتقاق الدالة  $g$  على اليمين في 2 وأعط تأويلا هندسيا للنتيجة.
3. ادرس قابلية اشتقاق الدالة  $g$  على اليسار في -2 وأول النتيجة المحصلة.
4. احسب  $g'(x)$   $\forall x \in D_g$ .

#### ❖ التمرين 7.

$$f(x) = \frac{3(x+1)}{\sqrt{2x-1}} \quad \text{دالة عددية معرفة بما يلي:}$$

1. حدد  $D_f$  حيز تعريف الدالة  $f$  واحسب النهايات عند المحطات.
  2. ادرس الفروع اللانهائية للمنحنى  $(C_f)$ .
  3. ادرس تغيرات الدالة  $f$ .
  4. بين أن  $x \in D_f$  لكل  $x \in D_f$   $f''(x) = \frac{3(5-x)}{(2x-1)^2}$  ثم حدد احداثي النقطة / نقطة انعطاف المنحنى  $(C_f)$ .
- (تابع)

5. أنشئ في م.م.م مماس للمنحنى  $(C_f)$  في النقطة  $I$  ثم أنشئ المنحنى  $(C_f)$ .
6. لتكن  $g$  قصور الدالة  $f$  على المجال  $J = [2, +\infty[$ .
- أ - بين أن  $g$  تقبل دالة عكسية من  $J$  نحو  $k$  يجب تحديده.
- ب - احسب  $(g^{-1})'(6)$ .
- ج - أنشئ في نفس المعلم منحنى الدالة  $g^{-1}(x)$ .

### ❖ التمرين 8.

- نعتبر الدالة  $f$  بحيث  $f(x) = 1 - |x| + \frac{4}{5}\sqrt{x^2 - 1}$
- وليكن  $(C)$  منحنها في م.م.م  $(o.i.j)$ .
1. - حدد  $D_f$  حيز تعريف الدالة  $f$ .
- ب- تحقق أن  $f$  دالة زوجية.
- ج- احسب  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ .
2. - ادرس قابلية اشتقاق الدالة  $f$  على اليمين في النقطة 1.
- ب- بين أن  $f'(x) = \frac{25 - 9x^2}{5\sqrt{x^2 - 1}(4x + 5\sqrt{x^2 - 1})}$   $\forall x \in ]1, +\infty[$ .
- ج- أعط جدول تغيرات الدالة  $f$  على  $]1, +\infty[$  ثم على  $D_f$ .
3. - أثبت أن المنحنى يقبل مقاريا مائلا عند  $+\infty$ .
- ب- حدد نقط تقاطع  $(C_f)$  مع محور الافاصل.
- ج- أنشئ المنحنى  $(C_f)$ .
4. لتكن  $g$  قصور الدالة  $f$  على المجال  $[\frac{5}{3}, +\infty[$ .
- أ - بين أن  $g$  تقبل دالة عكسية وحدد حيز تعريفها.
- ب - احسب  $(g^{-1})'(0)$ .
- ج- أنشئ منحنى الدالة العكسية  $g^{-1}$  في نفس المعلم  $(o.i.j)$ .

## ❖ التمرين 9

$$f(x) = -x + \sqrt{\frac{x}{x-1}} \quad f \text{ دالة عددية بحيث:}$$

- (1) حدد  $D_f$  مجموعة تعريف الدالة  $f$ .
- (2) احسب النهايات عند المحدات.
- (3) ا- ادرس قابلية اشتقاق  $f$  على اليسار في النقطة 0  
ب- حدد الدالة المشتقة للدالة  $f$  وتحقق أن  $f'(x) < 0 \forall x \in D_f - \{0\}$ .
- (4) أعط جدول تغيرات الدالة  $f$ .
- (5) في المستوى المنسوب إلى م.م.م.  $(o.i.j)$ . نعتبر المنحنى  $(C)$  الممثل للدالة  $f$  والمستقيم الذي معادلته  $(D): y = -x + 1$ .  
أ - ادرس الوضع النسبي للمنحنى  $(C)$  والمستقيم  $(D)$ .  
ب - ادرس الفروع اللانهائية للمنحنى  $(C)$ .  
ج- حدد نقطتي تقاطع المنحنى ومحور الافاصليل.  
هـ - ارسم المنحنى.

## ❖ التمرين

نعتبر الدالة  $f$  ذات المتغير الحقيقي  $x$  والمعرفة بما

$$f(x) = 2\sqrt{1 - \frac{1}{x}} + \frac{1}{x} \quad \text{يلي.}$$

- 1 - حدد  $D_f$  حيز تعريف الدالة  $f$ .
- 2 - احسب  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ .
- 3- بين أن  $\forall x < 0, f(x) = \frac{1}{x}(1 - 2\sqrt{x^2 - x})$ . واستنتج  $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$ .
- 4 - ادرس اشتقاق الدالة  $f$  على اليمين في  $x_0 = 1$ .
- 5 - حدد  $f'(x)$  مشتقة الدالة  $f$  وكون جدول التغيرات
- 6 - حدد تقاطع منحنى الدالة  $f$  ومحور الافاصليل.
- 7 - أنشئ منحنى الدالة  $f$ .