

الثانية سلك باكوريا

شعبة العلوم التجريبية بمسالكها
شعبة العلوم والتكنولوجيات بمسلكها

المعادلات التفاضلية**I. تعريف:**

- + تؤدي دراسة بعض الظواهر الفيزيائية و البيولوجية و الاقتصادية وغيرها إلى معادلات يكون فيها المجهول دالة وتحتوي على مشتقة أو مشتقات هذه الدالة
- + هذا النوع من المعادلات يسمى **المعادلات التفاضلية**.
- + يرمز عادة إلى الدالة المجهولة بالرمز y
- + حل المعادلة التفاضلية يعني إيجاد جميع الدوال y التي تحقق هذه المعادلة
- + و مجموعة هذه الدوال تسمى **الحل العام للمعادلة**
- + كل عنصر من هذه المجموعة يسمى **حلا خاصا للمعادلة**
- + كل حل يسمى كذلك **تكاملا**.

II. معادلات تفاضلية من الدرجة الأولى :

مجموعة الحلول	المعادلة
$y(x) = \alpha e^{-ax} \quad (\alpha \in \mathbb{R})$	$y' + ay = 0$
$y(x) = \alpha e^{-ax} - \frac{b}{a}$	$y' + ay = b$
الحل الخاص + الحل العام $y(x)$	$y' + ay = f(x)$

III. معادلة تفاضلية من الدرجة الثانية:

✓ حل هذه المعادلة تتبع المراحل التالية:

- المعادلة المميزة: $r^2 + ar + b = 0$
- نحسب المميز للمعادلة المميزة: $\Delta = a^2 - 4b$
- نميز بين 3 حالات حسب المميز

أ - إذا كان $\Delta > 0$. للمعادلة المميزة حلين r_1 و r_2 . إذن الحل العام للمعادلة التفاضلية

$$y(x) = \alpha e^{r_1 x} + \beta e^{r_2 x} \quad (\alpha; \beta) \in \mathbb{R}^2$$

ب - إذا كان $\Delta = 0$. للمعادلة المميزة حل وحيد مزدوج هو $r = -\frac{b}{2a}$. إذن الحل العام للمعادلة

التفاضلية

ج - إذا كان $\Delta < 0$ فللمعادلة المميزة حلين عقديين مترافقين هما $r_1 = p + iq$ و $r_2 = p - iq$

إذن الحل العام للمعادلة التفاضلية $y(x) = e^{p(x)} (\alpha \cos(qx) + \beta \sin(qx))$

حالة خاصة:

حل المعادلة التفاضلية $y'' + \omega^2 y = 0$ هو

$$y(x) = \alpha \cos(\omega x) + \beta \sin(\omega x)$$