الثانية سلك باكالوريا

مسلك العلوم الاقتصادية

مسلك علوم التدبير المحاسباتي

الاحتمــــــالات Probabilités

I- تعاريف ومصطلحات

- التجربة العشوائية هي التجربة التي أعيدت في نفس الظروف والشروط يمكن أن تعطي نتائج مختلفة.
- يمكن لتجربة عشوائية أن تتكون من عدة تجارب عشوائية تسمى اختيارات.
- مجموعة النتائج الممكنة لتجربة عشوائية ما تسمى كون الإمكانية نرمز لها بـ Ω .
- كل عنصر من Ω يسمى إمكانية.
- كل جزء من Ω يسمى حدثا.
- Ω يسمى الحدث الأكيد و $\varnothing$ الحدث المستحيل.
- كل أحادية ضمن Ω تسمى حدثا ابتدائيا.
- إذا كان A حدثا (ضمن Ω) فان الجزء المتمم $\overline{A}$ للحدث A يسمى الحدث المضاد.
- نقول إن حدثين A و B غير منسجمين آدا كان $A \cap B = \varnothing$.

II- الفضاء الاحتمالي المنتهي

لتكن Ω مجموعة منتهية . كل تطبيق P من $P(\Omega)$ نحو $[0,1]$ بحيث :

أ - $P(\Omega)=1$ ب- إذا كان $A \cap B = \varnothing$ فان $P(A \cup B)=P(A)+P(B)$ يسمى احتمالا على Ω

- الزوج $(\Omega;P)$ يسمى فضاء احتماليا منتهيا.

III- خصائص

- لكل A و B من $P(\Omega)$ $A\subset B \Rightarrow P(A)\le P(B)$
- لكل A من $P(\Omega)$ لدينا $P(\overline{A})=1-P(A)$:
- لكل A و B من $P(\Omega)$ فإن: $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$
- لكل A و B من $P(\Omega)$ فإن: $P(A\cup B)\le P(A)+P(B)$
- $P(\varnothing)=0$

IV- حساب الاحتمالات

- إذا كانت كل الأحداث الابتدائية متساوية الاحتمال نقول إن Ω مزود باحتمال منتظم وفي هذه الحالة إذا كان $\Omega=\{\omega_1;\omega_2;.....\omega_n\}$ فإن $P(\omega_k)=\dfrac{1}{n}$ $\quad 1\le k\le n$
- لكل A من $P(\Omega)$ فإن $P(A)=\dfrac{card\,(A)}{card\,(\Omega)}$
- ولكل A من $P(\Omega)$ بحيث $P(A)\neq 0$ فإن التطبيق P_A من $P(\Omega)$ نحو $\mathbb{R}$ بحيث: $P_A(B)=\dfrac{P(A\cap B)}{P(A)}$ يسمى الاحتمال الشرطي بالنسبة لـA.
- $P_A(B)$ هو احتمال الحدث B علما أن A محقق.
- نستنتج أن $P(A\cap B)=P_A(B).P(A)$ لكل A و B من $P(\Omega)$
- إذا كان $P(A\cap B)=P(A).P(B)$ نقول إن الحدثان مستقلان
- إذا كان $P(A\cap B)\neq P(A).P(B)$ نقول إن الحدثان A وB غير مستقلان.

V- المتغير العشوائي variable aléatoire

1. تعاريف ومصطلحات :

- ليكن (Ω,P) فضاء احتمالي منتهيا . كل تطبيق من Ω نحو $\mathbb{R}$ يسمى متغيرا عشوائيا على Ω ويرمز له بـ X أو Y أو Z
- نرمز ب $X(\Omega)$ لمجموعة قيم التي يأخذها X $X(\Omega)=\{X(\omega)/\omega\in\Omega\}$
- لكل عدد حقيقي a .الكتابة $(X=a)$ تعبر عن الحدث (X يأخذ القيمة a) أي $(X=a)=\{\omega\in\Omega/X(\omega)=a\}$ وكذلك $(X\leq a)=\{\omega\in\Omega/X(\omega)\leq a\}$

2. صورة احتمال بمتغير عشوائي :

X متغير عشوائي ، التطبيق P' من $P(X(\Omega))$ نحو $[0;1]$ بحيث لكل $A\subset X(\Omega)$.

$P'(A)=P(X^{-1}(A))$. احتمال على $X(\Omega)$ ويسمى صورة الاحتمال P ب X . عادة يرمز له ب P

- قانون احتمال متغير عشوائي X معرف على فضاء احتمالي منه هي الدالة

$$f:\begin{cases}\mathbb{R}\to[0;1]\\ a\mapsto P(X=a)\end{cases}$$

- العدد $E(X)=\sum_{i=1}^{n}P(X=x_i).x_i$ يسمى الأمل الرياضي.
- العدد $V(X)=E(X^2)-(E(X))^2$ يسمى مغايرة المتغير العشوائي .
- العدد $\sigma(X)=\sqrt{V(X)}$ يسمى الانحراف الطرازي.

الدالة F بحيث $\forall a\in\mathbb{R},F(a)=P(x\prec a)$ تسمى دالة التجزيء للمتغير العشوائي.

VI- التوزيع الحداني distribution binomiale

- التوزيع الحداني اذا كانت التجربة العشوائية تتمثل في إعادة نفس الاختيار العشوائي n مرة . لكل اختيار عشوائي نتيجتان إحداهما احتمالا P يسمى نجاح والأخرى احتمالها $q=1-p$ يسمى فشل.
- إذا كان المتغير العشوائي X هو المحدد بعدد مرات الحصول على نجاح. نقول إن X متغير عشوائي حداني وسيطاه n و p

- قانون احتمال متغير عشوائي حداني وسيطاه n و p هو :

$$P(X=k)=C_n^k p^k(1-p)^{n-k}\quad;(0\leq k\leq n)$$

- الأمل الرياضي $E(X)=n\cdot p$ المغايرة $V(x)=n.p(1-p)$