

$$A = \frac{1}{1 \times 3} + \frac{1}{2 \times 4} + \frac{1}{3 \times 5} + \dots + \frac{1}{98 \times 100}$$

التمرين الثاني :

ليكن x عدد حقيقي بحيث $x \neq 1$

$$S = 1 + \frac{x}{2} + \frac{x^2}{4} + \frac{x^3}{8} + \frac{x^4}{16}$$

نضع

-1

- a - بين أن :

$$S - \frac{x}{2} S = 1 - \frac{x^5}{32}$$

b - استنتج أن

$$S = 32 - \frac{x^5}{16(2-x)}$$

-2- حدد قيمة المجموع :

$$S = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16}$$

التمرين الثالث :

ليكن a و b ينتميان إلى \mathbb{R}^+

الدرس الأول

النشر و التعميل

ملخص الدرس

المنطابقات الهامة :

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$$

$$a = \frac{a}{b} \Leftrightarrow a \times b = c \quad b \neq 0$$

$$\frac{a}{c} = \frac{d}{b} \Leftrightarrow a \times b = c \times d \quad c \neq 0, b \neq 0$$

$$a = c - b \Leftrightarrow a + b = c$$

$$\text{مع } d \text{ و } b \text{ غير منعدمين} \quad \frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{d \times b}$$

$$\frac{x}{a} = \frac{y}{b} \quad x \text{ و } y \text{ متقايسة مع } a \text{ و } b \text{ يكافىء}$$

التمارين

التمرين الأول :

ليكن $n \in \mathbb{N}^*$

(1) بين ان

$$\frac{2}{n(n+2)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+2}$$

(2) استنتج قيمة :

$$x - 2z = 33$$

و y و z علما أن

-2- أحسب x

التمرين السادس :

ليكن a و b عدنان حقيقيان بحيث :

$$a^2 + b^2 = 2$$

و

$$a + b = 1$$

$$a^4 + b^4$$

أحسب

التمرين السابع :

$$P = 2(x+1)(x+2)$$

-1- أنشر P :

-2- استنتج تعميل للعدد A :

$$A = (x + 1)^2 + (x + 2)^2 + 2x^2 + 6x + 4$$

$$A = 9$$

-3- حل المعادلة :

-1- بين أن

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

-2- استنتج حل المعادلة:

$$x^3 - x^2 - x - 2 = 0$$

التمرين الرابع :

$$\frac{3a+2b}{5a-b} = \frac{4}{3}$$

ليكن a و b عدنان حقيقيان بحيث

أحسب $\frac{a}{b}$

التمرين الخامس :

ليكن x و y و z أعداد حقيقية بحيث :

$$\frac{z}{y} = -1.5 \quad \text{و} \quad 2x - 5y = 0$$

$$\frac{x}{5} = \frac{y}{2} = \frac{-z}{3}$$

-1- بين أن

حل التمرين الأول:

(1) نبدأ بالمتساوية الثانية لنجد الأولى :

$$\frac{1}{n} - \frac{1}{n+2} = \frac{(n+2)-n}{n(n+2)} = \frac{2}{n(n+2)}$$

(2) لاحظ أننا إذا عوضنا $n=1$ نجد : $\frac{1}{1 \times 3}$

وب $n=2$ نجد $\frac{1}{2 \times 4}$

بذلك نطبق متساوية السؤال (1) لجميع حدود

نجد:

$$\frac{1}{1 \times 3} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{3} \right)$$

$$\frac{1}{2 \times 4} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4} \right)$$

$$\frac{1}{3 \times 5} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5} \right)$$

$$\frac{1}{98 \times 100} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{98} - \frac{1}{100} \right)$$

بجمع كل المتساويات طرفاً بطرف:

$$A = \frac{1}{1 \times 3} + \frac{1}{2 \times 4} + \frac{1}{3 \times 5} + \dots + \frac{1}{98 \times 100}$$

$$= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{3} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5} \right) + \dots + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{98} - \frac{1}{100} \right)$$

$$= \frac{1}{2} \left[\left(\frac{1}{1} - \frac{1}{3} \right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4} \right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5} \right) + \dots + \left(\frac{1}{98} - \frac{1}{100} \right) \right]$$

$$A = \frac{1}{2} \left(\frac{3}{2} - \frac{1}{100} \right)$$

بعد الإختزال نجد

حل التمرين الثاني :

-1

-a

$$S - \frac{x}{2}S = 1 + \frac{x}{2} + \frac{x^2}{4} + \frac{x^3}{8} + \frac{x^4}{16} - \frac{x}{2} - \frac{x^2}{4} - \frac{x^3}{8} - \frac{x^4}{16} - \frac{x^5}{32}$$

$$= 1 - \frac{x^5}{32}$$

بعد الإختزال نجد

$$S - \frac{x}{2}S = 1 - \frac{x^5}{32}$$

-b نعمل ب S في المتساوية

$$S \left(1 - \frac{x}{2} \right) = 1 - \frac{x^5}{32}$$

$$S = \frac{1 - \frac{x^5}{32}}{1 - \frac{x}{2}} = \frac{32 - x^5}{2 - x}$$

حسب السؤال 1

$$x^3 - 1 = (x - 1)(x^2 + x + 1)$$

إذن بالتعويض

$$(x - 1)(x^2 + x + 1) = x^2 + x + 1$$

بما أن $x \geq 0$ فإن $x^2 + x + 1 > 0$ إذن نختزل :

$$x - 1 = 0$$

$$x = 1$$

$$S = \{1\}$$

يبقى

إذن

و بالتالي

حل التمرين الرابع :

$$= \frac{32 - x^5}{32} \times \frac{2}{2 - x}$$

$$S = \frac{32 - x^5}{16(2 - x)}$$

2- بتعويض x ب 1 في المتساوية S

$$S = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16}$$

و بتعويض في b نجد \leq

$$S = \frac{32 - 1^5}{16(2-1)} = \frac{31}{16}$$

حل التمرين الثالث:

لكي نحسب $\frac{a}{b}$ يجب أن نبحث عن علاقة بين a و b على شكل $a = \alpha b$

$$\frac{3a + 2b}{5a - b} = \frac{4}{3}$$

إذن انطلاقاً من المتساوية

$$3(3a + 2b) = 4(5a - b)$$

$$9a + 36b = 20a - 4b$$

$$9a - 20a = -36b - 4b$$

$$-11a = -40b$$

$$a = \frac{-40}{-11}b = \frac{40}{11}b$$

1- لنبين أن $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$

نبدأ بالحد الثاني في المتساوية وننشر :

$$(a - b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 + a^2b + ab^2 - ba^2 - ab^2 - b^3$$
$$= a^3 - b^3$$

2- حل المعادلة $x^3 - x^2 - x + 1 = 0$

الفكرة هي تطبيق نتيجة السؤال 1

$$x^3 - x^2 - x - 2 = 0$$

$$x^3 = x^2 + x + 2$$

$$x^3 - 1 = x^2 + x + 2 - 1$$

نضيف (-1) في المتساوية

$$(2) \quad -\frac{z}{3} = \frac{y}{2}$$

$$\frac{x}{5} = \frac{y}{2} = \frac{-z}{3}$$

حسب (1) و (2) نجد

$$\frac{x}{5} = \frac{-z}{3}$$

2- لدينا

$$x = \frac{-5z}{3}$$

إذن

و بتعويض في المتساوية $x + 2z = 33$ نجد :

$$-\frac{5}{3}z - 2z = 33$$

$$\left(-\frac{5}{3} - 2\right) z = 33$$

$$\left(\frac{-5-6}{3}\right) z = 33$$

$$-\frac{11}{3}z = 33$$

$$z = \frac{-3}{11} \cdot 33 = -9$$

إذن

$$x = \frac{-5z}{3} = \frac{-5}{3} \times -9 = 15$$

لدينا

$$\frac{y}{2} = \frac{x}{5}$$

نجد

$$\frac{a}{b} = \frac{40}{11}$$

وبالتالي

حل التمرين الخامس:

$$2x - 5y = 0$$

لدينا

$$2x = 5y$$

إذن

$$(1) \quad \frac{x}{5} = \frac{y}{2}$$

يعني

$$\frac{z}{y} = -1.5 = \frac{-3}{2}$$

من جهة أخرى

$$\left. \begin{array}{l} 1.5 = \frac{3}{2} \\ 0.5 = \frac{1}{2} \\ 2.5 = \frac{5}{2} \end{array} \right\}$$

لاحظ أن

يعني بتبديل أطراف المتساوية

$$\frac{z}{3} = \frac{-y}{2}$$

$$a^2b^2 = (ab)^2 = \frac{1}{4}$$

إذن

$$a^4 + b^4 = 4 - 2 \cdot \frac{1}{4}$$

نعوض في (1)

$$a^4 + b^4 = 2$$

حل التمرين السابع :

$$P = 2(x+1)(x+2) = 2(x^2 + 2x + x + 2)$$

1- ننشر

$$= 2(x^2 + 3x + 2)$$

$$= 2x^2 + 6x + 4$$

2- باستعمال (1) لدينا

$$P = (x+1)^2 + (x+2)^2 + 2(x+1)(x+2)$$

$$= [(x+1) + (x+2)]^2 = (2x+3)^2$$

$$A = 9$$

3- حل المعادلة

$$(2x+3)^2 = 9$$

$$(2x+3)^2 - 9 = 0$$

$$[(2x+3)-3][(2x+3)+3] = 0$$

$$2x(2x+6) = 0$$

$$2x+6 = 0$$

أو

$$2x = 0$$

يعني

$$\Rightarrow y \frac{2}{5}x = \frac{2}{5} \times 15 = 6$$

$$z = -9 \text{ و } y = 6 \text{ ، } x = 15$$

إذن

حل التمرين السادس :

$$a^2 + b^2 = 2$$

لدينا

للحصول على $a^4 + b^4$ يجب رفع الأس في المتساوية إلى

$$(a^2 + b^2) = 2^2 = 4$$

إذن

$$a^4 + 2a^2b^2 + b^4 = 4$$

يعني

$$(1) \quad a^4 + b^4 = 4 - 2a^2b^2$$

$$a + b = 1$$

من جهة أخرى :

$$(a + b)^2 = 1^2 = 1$$

نرفع الأس \leq

$$a^2 + 2ab + b^2 = 1$$

$$(a^2 + b^2) + 2ab = 1$$

$$2 + 2ab = 1$$

$$2ab = -1$$

يعني

$$\Rightarrow ab = -\frac{1}{2}$$

$$x = -3$$

أو

$$x = 0$$

يعني

$$S = \{-3, 0\}$$

إن