

معادلة مستقيم

ملخص الدرس

• المعادلة المختصرة لمستقيم (D) هي $y = m x + p$ بحيث m هو المعامل الموجه للمستقيم (D) p هو الأرتوب عند الأصل

خاصية 1

• إذا كانت $A(x_A, y_A)$ و $B(x_B, y_B)$ نقطتين مختلفتين من المستقيم (D)

ذو المعادلة $y = m x + p$ فإن $m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$

خاصية 2

• إذا كانت (D) : $y = m x + p$ و (D') : $y = m' x + p'$

• إذا كان $m = m'$ فإن (D) // (D')

• إذا كان (D) // (D') فإن $m = m'$

• إذا كان $m \times m' = -1$ فإن (D) \perp (D')

• إذا كان (D) \perp (D') فإن $m \times m' = -1$

التمارين : ن

التمرين الأول :

في مستوى منسوب إلى معلم متعامد ممنظم (o, \vec{i}, \vec{j})

نعتبر النقطتين A (-1, -3) و B (2, 3)

1- أوجد معادلة المستقيم (AB)

2- لتكن C(b-1, 1) نقطة من المستوى .

حدد قيمة العدد b علما أن النقط A و B و C مستقيمية

3- (Δ_1) مستقيم معادلته $4x - 2y + 3 = 0$ بين أن $(\Delta_1) \parallel (AB)$

4- (Δ_2) مستقيم معادلته $y = (2m - 1)x + 3$

حدد قيمة m علما أن $(\Delta_2) \perp (AB)$

التمرين الثاني :

نعتبر المستقيم (Δ) الذي معادلته $y = 3x + 2$

E المسقط العمودي للنقطة o على (Δ)

1- حدد معادلة المستقيم (oE)

2- نعتبر (Δ') المستقيم الذي معادلته $y = ax + b$

النقطة H(x_H, y_H) المسقط العمودي للنقطة o على (Δ')

التمرين الخامس :

لتكن $B(-8, -4)$; $A(-6, -8)$

1- حدد تقاطع المستقيم (AB) وكلا من محور الأفاصيل و محور الأرتايب

2- بين أن المثلث oAB قائم الزاوية

3- لتكن Γ الدائرة المحيطة بالمثلث oAB

حدد مركز و شعاع الدائرة Γ

4- حدد معادلة المستقيم المماس للدائرة Γ في I

$$\text{بين أن } OH^2 = \frac{b^2}{a^2 + 1} \text{ و } y_H = \frac{b}{a^2 + 1}; x_H = \frac{-ab}{a^2 + 1}$$

التمرين الثالث :

لتكن $B(3, 1)$ و $A(-2, 1)$

1- حدد تقاطع المستقيم (AB) و محور الأفاصيل

2- حدد تقاطع المستقيم (AB) و محور الأرتايب

3- ليكن (Δ) المستقيم ذو المعادلة $y = +ax + 3$

حدد قيمة a بحيث (Δ) يقطع محور الأفاصيل في $D(1, 2)$

التمرين الرابع :

نعتبر النقطتين $B(-6, 9)$ و $A(2\alpha, 7)$

بحيث معادلة المستقيم (AB) هي $x + 2y - 18 = 0$

1- حدد قيمة α

2- حدد معادلة (Δ) واسط القطعة $[AB]$

3- أحسب الطول AB

4- لتكن $E(-3, 2)$ حدد إحداثيتي النقطة M بحيث يكون الرباعي $ABME$ متوازي

الأضلاع.

$$2m - 1 = \frac{-1}{2} \implies 2m = \frac{1}{2}$$

$$\implies m = \frac{1}{4}$$

حل التمرين الثاني:

1- لتكن معادلة المستقيم (oE) $y = ax + b$

لدينا $o(0, 0)$ تنتمي إلى (oE)

إحداثيات o تحقق المعادلة إذ: $0 = a \times 0 + b$

$$b = 0$$

من جهة أخرى $(\Delta) \perp (oE)$

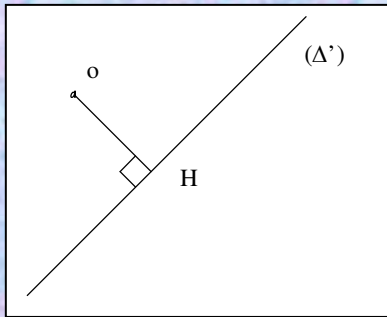
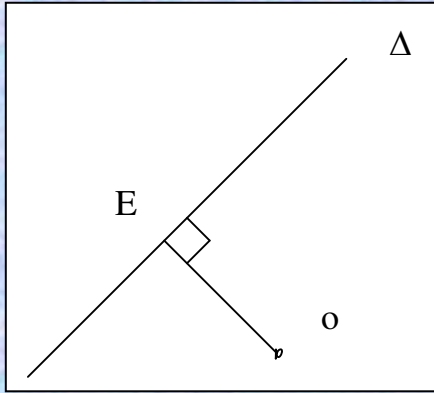
$$3 \times a = -1$$

$$a = \frac{-1}{3}$$

و بالتالي معادلة المستقيم (oE) هي: $y = \frac{-1}{3}x$

2- رسم الشكلي يعطي أفكار جيدة من أجل انجاز التمرين

3- لدينا معادلة المستقيم (oH) $y = \alpha x + \beta$



حل التمرين الأول:

1- لتكن معادلة (AB) : $y = ax + b$ مع a و b عددين حقيقيين يجب تحديدهما

$$(1) \begin{cases} -3 = -a + b \\ 3 = 2a + 3 \end{cases} \implies A(-1, -3) \in (AB)$$

$$(2) \begin{cases} 3 = 2a + 3 \\ 3 = 2a + 3 \end{cases} \implies B(2, 3) \in (AB)$$

$$(2) - (1) \implies 6 = 3a \implies a = 2 \implies b = 3 - 4 = -1$$

إذن هي معادلة المستقيم (AB) $y = 2x - 1$

2- A و B و C مستقيمة إذن النقطة C تنتمي إلى المستقيم (AB)

إذن تحقق معادلة المستقيم (AB)

$$1 = 2(b - 1) - 1$$

$$1 = 2b - 2 - 1$$

$$2b = 4 \implies b = 2$$

3- لدينا $4x - 2y + 3 = 0$

$$y = 2x + \frac{3}{2} \quad \text{أو} \quad 2y = 4x + 3$$

بما أن للمستقيم (Δ_1) و (AB) نفس المعامل الموجه فإن: $(\Delta_1) \parallel (AB)$

4- $\Delta_2 \perp (AB)$ إذن: $(2m - 1) \times 2 = -1$

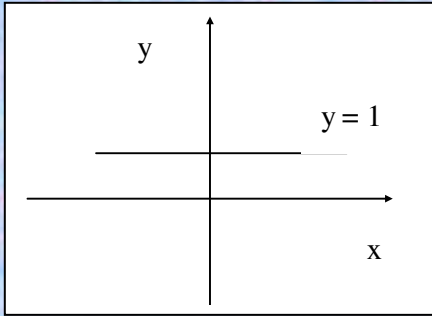
حل التمرين الثالث:

1- تقاطع المستقيم AB و محور الأفاصيل

لتكن $y = mx + p$ معادلة المستقيم (AB)

$$m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{1 - 1}{5} = 0 \quad \text{(AB) المعامل الموجه للمستقيم}$$

إذن $y = p$ ولدينا $A \in (AB)$ إذن $p = 1$ و بالتالي :



$$\begin{cases} y = 1 & \text{معادلة المستقيم (AB)} \\ y = 0 & \text{معادلة محور الأفاصيل هي} \end{cases}$$

ليس لهذه النظمة حل لأن $0 \neq 1$

2- معادلة محور الأرتيب هي

معادلة المستقيم (AB) هي

و بالتالي نقطة التقاطع هي $C(0, 1)$

و يمكن ملاحظ ذلك أيضا من خلال الشكل

3-

$$\begin{cases} y = ax + 3 & \text{معادلة } (\Delta) \text{ هي} \\ y = 0 & \text{معادلة محولر الأفاصيل هي} \end{cases}$$

تقاطع المستقيمين هو حل النظمة إذن

$$\beta = 0 \quad 0 = \alpha \times 0 + \beta \implies o \in (oH)$$

$$\alpha = \frac{y_H}{x_H} \quad \text{إذن } y_H = \alpha \times x_H \implies H(x_H, y_H) \in (oH)$$

$$(oH) : y = \frac{y_H}{x_H} x \quad \text{و بالتالي معادلة}$$

$$(1) \quad -y_H \times a = x_H \quad \text{إذن} \quad (1) \quad \frac{y_H}{x_H} \times a = -1 \quad \text{إذن } (oH) \perp (\Delta')$$

$$(2) \quad y_H = a x_H + b \quad \iff H(x_H, y_H) \in (\Delta') \quad \text{من جهة أخرى}$$

نعوض قيمة x_H في (1) و في العلاقة (2)

$$y_H = a (-y_H \times a) + b$$

$$= -a^2 y_H + b$$

$$(1 + a^2) y_H = b$$

$$y_H = \frac{b}{1 + a^2}$$

و بالتالي

$$x_H = -a y_H = \frac{-a b}{1 + a^2}$$

و نستنتج أن

$$oH^2 = x_H^2 + y_H^2$$

من جهة أخرى لدينا

$$= \frac{a^2 b^2}{(1 + a^2)^2} + \frac{b^2}{(1 + a^2)^2}$$

$$= \frac{(a^2 + 1) b^2}{(a^2 + 1)^2} = \frac{b^2}{a^2 + 1}$$

-3

$$\begin{aligned} AB &= \sqrt{(-6 - 4)^2 + (9 - 7)^2} \\ &= \sqrt{100 + 4} \\ &= \sqrt{104} \end{aligned}$$

-4

لتكن $M(x, y)$ و $ABME$ متوازي الأضلاع إذن : $\overline{AB} = \overline{EM}$
لدينا $\overline{AB}(-10, 2)$ و $\overline{EM}(x + 3, y - 2)$ و
إذن $x + 3 = -10$ و $y - 2 = 2$
إذن $x = -13$ و $y = 4$
و بالتالي : $M(-13, 4)$

حل التمرين الخامس:

1- لدينا $A(-6, -8)$ و $B(-8, -4)$

معادلة المستقيم (AB) : $y = mx + p$

$$m = \frac{-4 + 8}{-8 + 6} = \frac{4}{-2} = -2$$

ثم نعوض إحداثيات A أو B في المستقيم (AB) إذن :

$$-8 = 2 \times -6 + p \implies p = 4$$

إذن $y = -2x + 4$ معادلة (AB)

• تقاطع (AB) مع محور الأفاصيل $(y = 0)$ هي حل النظام

$$ax + 3 = 0$$

$$a = \frac{-3}{x}$$

بما أن نقطة التقاطع هي $D(1, 2)$ إذن $a = \frac{-3}{1} = -3$

حل التمرين الرابع:

1- $A(2\alpha, 7)$ نقطة من المستقيم إذن $2\alpha + 2 \times 7 - 18 = 0$

$$2\alpha = 4 \implies \alpha = 2$$

2- لدينا : $y = \frac{-1}{2}x + 9$ معادلة (AB)

لتكن $y = mx + p$ معادلة (Δ) لدينا $(\Delta) \perp (AB)$ إذن

$$m \times \frac{-1}{2} = -1 \quad \text{إذن :} \quad m = 2$$

من جهة أخرى (Δ) عمودي على $[AB]$ في النقطة I

I هي منتصف $[AB]$: $I\left(\frac{x_A + x_B}{2}, \frac{y_A + y_B}{2}\right)$ و $A(4, 7)$ و $B(-6, 9)$

أي $I(-1, 8)$ لدينا $I \in (\Delta)$ إذن $y' = a'x + p$

نعوض إحداثيات I في المعادلة : $8 = -2 + p$

$$p = 10 \quad \text{إذن}$$

و بالتالي معادلة (Δ) هي $y = 2x + 10$

$$-4 = -4 \times (-8) + b$$

$$b = -36 \quad \Leftarrow$$

$$y = -4x - 36$$

و بالتالي معادلة المستقيم (Δ) هي

$$\begin{cases} 6\alpha + 3\beta = -30 \\ 6\alpha + 8\beta = -50 \end{cases} \quad \text{حل النظام}$$

$$\beta = -4 \quad \Leftarrow \quad 5\beta = -20 \quad \text{يعني}$$

$$\alpha = -3 \quad \Leftarrow \quad 2\alpha = -6 \quad \text{إذن}$$

و بالتالي $I(-3, -4)$

و بالتالي $I(-3, -4)$ و الشعاع $r = I_0 = \sqrt{\alpha^2 + \beta^2} = \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5$

إذن $(I(-3, -4), 5)$ هي الدائرة المحيطة بالمثلث oAB

4- ليكن المستقيم (Δ) مماس الدائرة ζ في B

معادلة المستقيم (BI) :

حل النظام

$$a = \frac{y_B - y_I}{x_B - x_I} = \frac{-4 + 3}{-8 + 4} = \frac{-1}{-4} = \frac{1}{4}$$

$$b = -2 \quad \Leftarrow \quad -4 = \frac{1}{4} \times -8 + b \quad \text{إذن} \quad B \in (BI)$$

$$(BI) : y = \frac{1}{4}x - 2 \quad \text{إذن المعادلة}$$

لدينا (Δ) مماس للدائرة (ζ) إذن : (Δ) عمودي على الشعاع (IB)

$$m = -4 \quad \Leftarrow \quad m \times \frac{1}{4} = -1 \quad \text{إذن}$$

و بما أن $B \in (\Delta)$ إذن نعوض إحداثيات B في معادلة (Δ) :