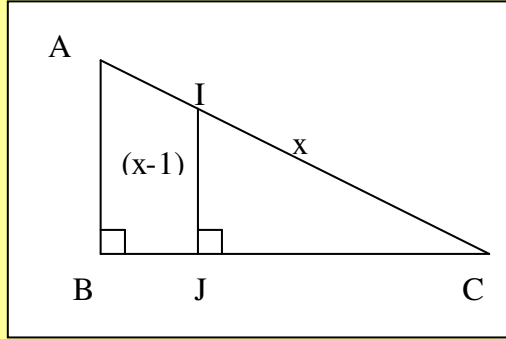


2- استنتج IC و IF

التمرين الثاني :

ليكن ABC مثلث قائم الزاوية في B
ليكن I و J نقطتان من $[AC]$ و $[BC]$



بحيث (IJ) عمودي على (BC)

ليكن $BC = 4$ و $AC = 5$

1- بين أن $(IJ) \parallel (AB)$;

2- بين أن $\frac{x-1}{x} = \frac{3}{5}$

3- استنتج IC

التمرين الثالث :

ليكن ABC مثلث

بحيث $BC = 3$ و $AC = 3$, $AB = 4$

E و F نقطتان من AB و AC

بحيث $(BC) \parallel (EF)$

و $EA = x - 1$; $FA = y$ و $EF = x - \frac{y}{2}$

1- بين أن $x - 2y = 0$ و $3x - 4y - 3 = 0$

مبرهنة طاليس

الدرس التاسع

ملخص ص الدرس

(D) و (D') مستقيمان متقاطعان في A ، B و M نقطتان من (D) تخالفان A

و N و C نقطتان من (D') تخالفان A

مبرهنة طاليس المباشرة :

إذا كان $(BC) \parallel (MN)$ فإن $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$

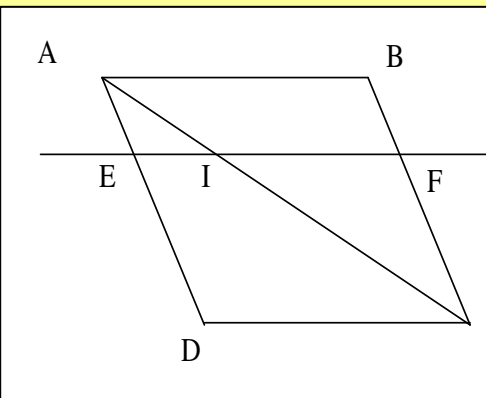
مبرهنة طاليس العكسية :

إذا كان $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$ وكانت النقط A, B, C, N في نفس الترتيب

فإن (BC) و (MN) متوازيان

التمارين : _____

التمرين الأول :



ليكن $ABCD$ متوازي الأضلاع

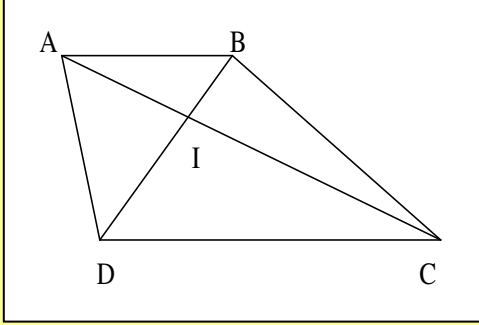
ليكن النقط E, I, F بحيث $EF \parallel AB$

نضع : $AD = 4$ ، $AE = 1$

و $AC = 8$ و $DC = 6$

1- أحسب AI و EI

ليكن ABCD شبه منحرف بحيث $(AB) \parallel (CD)$



و I تقاطع القطرين [AC] و [BD]

بحيث $BI = 2$ و $CI = 5$

$AB = 4$ و $AI = 3$

1- أحسب ID

2- ليكن E و F نقطتان من AC و BD

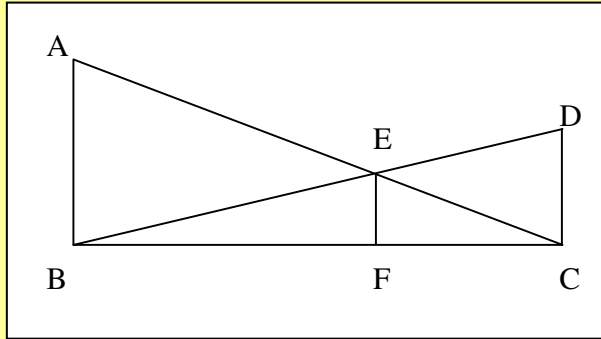
و $BE = \frac{8}{3}$ و $AF = 4$

a- بين أن $(DC) \parallel (EF)$

b- استنتج قيمة EF

التمرين السادس:

في الشكل نعتبر (AB) و (EF) و (DC) متوازية



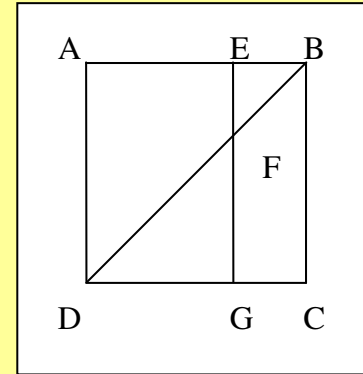
2- بحل النظام

$$(S) \begin{cases} 2x - 5y = 0 \\ x - 2y = 0 \end{cases}$$

استنتج أطوال المثلث AEF

التمرين الرابع:

ليكن ABCD مربعاً بحيث $AB = 10$



ليكن E و F نقطتان من (AB) و (DB)

بحيث: $AE = 6$ و $FB = 4\sqrt{2}$

1- بين أن $(BC) \parallel (EF)$

2- استنتج قيمة EF

التمرين الخامس:

حل التمرين الأول:

-1

لدينا $(AI) \parallel (FC)$ حسب مبرهنة طاليس المباشرة

$$(1) \frac{IA}{IC} = \frac{IE}{IF} = \frac{AE}{FC}$$

$$IA = \frac{AE}{FC} \times IC = \frac{AE}{BC - BF} \times (AC - AI) \quad \text{حسب (1)}$$

لدينا : $BF = AE$ إذن :

$$IA = \frac{AE \times AC}{BC - AE} - \frac{AE \times AI}{BC - AE}$$

$$IA \left(1 + \frac{AE}{BC - AE}\right) = \frac{AE \times AC}{BC - AE}$$

$$IA \times \frac{BC - AE + AE}{BC - AE} = \frac{AE \times AC}{BC - AE}$$

$$IA = \frac{AE \times AC}{BC}$$

1- بين أن $BF \times DC = EF \times BC$ و $EF \times CB = AB \times CB$

2- استنتج أن :

$$\frac{1}{EF} = \frac{1}{AB} + \frac{1}{DC}$$

$$IE = \frac{1 \times 6}{4} = \frac{3}{2}$$

ت.ع

2- استنتج

$$IC = AC - AI \\ = 8 - 2 = 6$$

$$IF = EF - EI = DC - EI$$

$$= 6 - \frac{3}{2}$$

$$= \frac{9}{2}$$

حل التمرين الثاني:

1- بما أن (AB) عمودي على (BC) لأن ABC قائم الزاوية في A

فإن AB و IJ متوازيان لأنهما عموديان على نفس المستقيم (BC)

2- نطبق مبرهنة طاليس المباشرة :

بما أن (IJ) // (AB) فإن :

$$\frac{CA}{CI} = \frac{CB}{CI} = \frac{AB}{IJ}$$

$$\frac{CA}{CI} = \frac{AB}{IJ}$$

إذن

$$IA = \frac{1 \times 8}{4} = 2$$

ت.ع

$$EF = AB$$

لدينا

لأن ABCD متوازي الأضلاع و E ∈ (AD) و F ∈ (BC)

$$EF = EI + IF$$

$$IF = AB - EI$$

إذن

$$\frac{IE}{IF} = \frac{AE}{FC}$$

حسب العلاقة (1)

$$IE = \frac{AE}{BC - AE} \cdot (AB - IE)$$

$$IE + \frac{AE}{BC - AE} \times IE = \frac{AE \times AB}{BC - AE}$$

$$\left(1 + \frac{AE}{BC - AE}\right) IE = \frac{AE \times AB}{BC - AE}$$

$$\left(\frac{BC - AE + AE}{BC - AE}\right) IE = \frac{AE \times AB}{BC - AE}$$

$$\frac{BC}{BC - AE} IE = \frac{AE \times AB}{BC - AE}$$

$$IE = \frac{AE \times AB}{BC}$$

$$3x - 3 = 4y$$

أنن

$$3x - 4y = 3$$

يعني

$$\frac{AF}{AC} = \frac{EF}{BC}$$

من جهة أخرى لدينا

$$\frac{y}{2} = \frac{x - \frac{y}{2}}{3}$$

يعني

$$3y = 2(x - \frac{y}{2}) = 2x - y$$

يعني

$$2x - 4y = 0$$

يعني

$$x = 2y$$

أنن

$$(S) \begin{cases} 3x - 4y = 0 & (1) \\ x - 2y = 0 & (2) \end{cases}$$

لدينا $x = 2y$ نعوض في (1) \implies

$$3 \times (2y) - 4y = 3$$

$$6y - 4y = 3$$

$$2y = 3$$

$$\frac{5}{x} = \frac{3}{x-1}$$

$$\frac{x-1}{x} = \frac{3}{5}$$

$$\frac{x-1}{x} = \frac{3}{5}$$

-3- نحل المعادلة :

$$5(x-1) = 3x$$

$$5x - 5 = 3x$$

$$2x = 5$$

$$x = \frac{5}{2}$$

$$IC = \frac{5}{2}$$

و بالتالي

حل التمرين الثالث:

حسب مبرهنة طاليس لدينا $(EF) \parallel (BC)$

$$\frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AC} = \frac{EF}{BC}$$

$$\frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AC}$$

لدينا إذن :

$$\frac{x-1}{4} = \frac{y}{3}$$

يعني أنن :

$$BD^2 = 10^2 + 10^2 = 2 \times 10^2$$

$$BD = 10\sqrt{2}$$

إذن

$$\frac{BF}{BD} = \frac{4\sqrt{2}}{10\sqrt{2}} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$$

$$\frac{BE}{BA} = \frac{BF}{BD}$$

و بالتالي

إذن حسب مبرهنة طاليس غير المباشرة لدينا (EF) يوازي (AD) و الذي

يوازي (BC)

2- بما أن EF يوازي AD نطبق مبرهنة طاليس المباشرة :

$$\frac{BE}{BA} = \frac{BF}{BD} = \frac{EF}{AD}$$

$$EF = \frac{AD \times BE}{BA} = BE = 4$$

إذن :

حل التمرين الرابع:

لدينا $AB \parallel DC$ حسب مبرهنة طاليس المباشرة :

$$\frac{ID}{IB} = \frac{IC}{IA} = \frac{DC}{BA}$$

$$ID = \frac{IB \times IC}{IA}$$

إذن

$$y = \frac{3}{2}$$

$$x = 2 \quad y = 3$$

$$EA = x - 1 = 2$$

و بالتالي

$$FA = y = \frac{3}{2}$$

$$EF = x - y = 2 - \frac{3}{2} = \frac{1}{2}$$

1- انتبه في أغلب الأسئلة المطالبة بالبرهنة على التوازي يجب استعمال مبرهنة طاليس العكسية

إذن للبرهنة على أن (BC) // (EF) أو على أن (AD) // (EF)

$$(1) \quad \frac{BE}{BA} = \frac{BF}{BD}$$

يجب أن نبين أن

و أن تكون النفق B, A, E, B, D, F هي في نفس الترتيب

إذن لنحسب $\frac{BE}{BA}$ و $\frac{BF}{BD}$

$$\frac{BE}{BA} = \frac{AB - AE}{AB} = \frac{10 - 6}{10} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$$

$$\frac{BF}{BD} = \frac{4\sqrt{2}}{10\sqrt{2}}$$

حسب مبرهنة فيثاغورس في المثلث ABD

$$AB^2 + AD^2 = BD^2$$

و بالتالي $\frac{IE}{ID} = \frac{IF}{IC}$ ولدينا النقط D , E , I و C , F , I توجد في نفس الترتيب

إذن حسب مبرهنة طاليس العكسية فإن : (DC)//(EF)

b- لدينا (DC)//(EF)

$$\frac{IE}{ID} = \frac{IF}{IC} = \frac{EF}{DC}$$

$$(1) EF = \frac{IE}{ID} \times DC$$

إذن

يجب البحث على DC

حسب م.ط.م لدينا (AB)//(DC) إذن

$$\frac{IA}{IC} = \frac{IB}{ID} = \frac{AB}{CD}$$

$$CD = \frac{IC}{IA} \cdot AB$$

إذن

$$= \frac{5 \times 4}{3}$$

$$= \frac{20}{3} \times \frac{20}{3}$$

$$EF = \frac{BE - BI}{ID} \times DC$$

$$= \frac{2 \times 5}{3}$$

$$= \frac{10}{3}$$

2- للبرهنة على التوازي نطبق مبرهنة طاليس العكسية للبرهنة على أن :

(DC)//(EF) يجب أن نبين أن

$$\frac{IE}{ID} = \frac{IF}{IC}$$

$$\frac{IE}{ID} = \frac{BE - BI}{\frac{10}{3}}$$

$$= \frac{8}{3} - 2 \times \frac{3}{10}$$

$$= \frac{2}{3} \times \frac{3}{10}$$

$$= \frac{1}{5}$$

$$\frac{IF}{IC} = \frac{AF - BI}{5}$$

$$= \frac{4 - 3}{5}$$

$$= \frac{1}{5}$$

$$\frac{EF}{AB} + \frac{EF}{DC} = \frac{CF}{CB} + \frac{BF}{BC}$$

$$EF \left(\frac{1}{AB} + \frac{1}{DC} \right) = \frac{CF + FB}{BC} = \frac{BC}{BC} = 1$$

$$\frac{1}{AB} + \frac{1}{DC} = \frac{1}{EF}$$

إذن

$$= \frac{\frac{2}{3}}{\frac{10}{3}} \times \frac{20}{3}$$

$$= \frac{2}{10} \times \frac{20}{3}$$

$$= \frac{4}{3}$$

1- لدينا $(AB) \parallel (EF)$ و المثلث (ABC)

$$\frac{CE}{CA} = \frac{CF}{CB} = \frac{EF}{AB}$$

إذن حسب م.ط.م

$$(1) \frac{EF}{AB} = \frac{CF}{CB}$$

و بالتالي

$$(1) \quad EF \times CB = AB \times CF$$

إذن

و باعتبار المثلث CDB لدينا $(DC) \parallel (EF)$

$$\frac{BE}{BD} = \frac{BF}{BC} = \frac{EF}{DC}$$

إذن حسب م.ط.م

$$\frac{EF}{DC} = \frac{BF}{BC}$$

إذن

$$(2) \quad \boxed{BF \times DC = EF \times BC}$$

إذن

2- (1) + (2) تعطي :