

$$f\left(\frac{x_1+x_2}{2}\right) = \frac{1}{2}(f(x_1) + f(x_2))$$

-2 استنتج أن

التمرين الثاني :

لتكن  $f$  بحيث :

$$-2(x + 3) + 3f(x) = -3(2 + f(x))$$

1- بين أن  $f$  دالة خطية

$$\frac{1}{7}f(7x) = f(x)$$

2- بين أن

3- حدد  $\alpha$  و  $\beta$  إذا علمت أن التمثيل المبياني للدالة الخطية  $f$  يمر من :

$A(\alpha, 1)$  و  $B(3, \beta)$

التمرين الثالث :

لتكن  $f$  دالة خطية بحيث  $f(1) = 5$

أحسب  $f(2)$

يزيد إنتاج مصنع بمقدار 4% كل سنة

1- ليكن  $x$  إنتاج سمة معينة، بين أن إنتاج السنة الموالية هو صورة  $x$

بدالة خطية يتم تحديدها

2- إذا كان إنتاج سنة 2005 هو 5000 آلة، فما هو إنتاج سنة 2006؟

الدرس السادس

# الدوال الخطية - الدوال التآلفية

ملخص الدرس

• الدالة الخطية  $f$  هي العلاقة التي تربط كل عدد حقيقي  $x$  بالعدد  $ax$  مع  $a$  عدد حقيقي و نكتب :

$$f(x) = ax$$

• التمثيل المبياني للدالة الخطية  $f$  هو مستقيم يمر من أصل المعلم

• العلاقة التي تربط كل عدد حقيقي  $x$  بالعدد  $ax + b$  تسمى دالة تآلفية معاملها  $a$

$$f(x) = ax + b \quad \text{و نكتب}$$

• إذا كان  $x_1$  و  $x_2$  عددين معلومين مختلفين فإن :  $a = \frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2}$

التمارين : ن

التمرين الأول :

لتكن  $f$  دالة خطية معاملها  $a$

1- بين أنه إذا كانت  $x_1, x_2, \alpha, \beta$  أعداد حقيقية فإن:

$$f(\alpha x_1 + \beta x_2) = \alpha f(x_1) + \beta f(x_2)$$

## التمرين الرابع :

لتكن  $f$  دالة تآلفية بحيث  $f(1) = 2$  و  $f(-1) = 4$

1- حدد  $f(2)$

2- نعتبر  $g$  دالة خطية بحيث  $g(x) = kx$

حدد قيمة  $k$  بحيث  $Cf$  و  $Cg$  متوازيان

## التمرين الخامس :

حدد الدالة التآلفية  $f$  التي تحقق لكل  $x$  :

$$f(2x - 3) + 3f(2 - x) = 3x \quad - 1$$

2- أحسب  $\alpha$  إذا علمت أن  $f(\alpha) = 5$

## التمرين السادس :

نعتبر الدالة التآلفية  $f$  :

$$f(x) = (\sqrt{3} + 1)x + \sqrt{3}$$

1- هل النقطتان  $A(1, \sqrt{3})$  و  $B(0, \sqrt{3})$  تنتميان إلى التمثيل المبياني لدالة  $f$  ؟

2- أوجد قيم البارامتر  $m$  بحيث النقطة  $C(m, \sqrt{3}(m+1))$  الم تنتمي إلى التمثيل

المبياني للدالة  $f$

## هوام جـدا

- حياتك ليست مصادفة ولا تسير بموجب مبدأ المصادفة، بل يتم توجيهها من قبلك .
- عندما تعرف أهدافك تستطيع أن تنطلق على طريق حياتك الصاعد المحفوف بالأضواء .
- اشحن قواك بالطاقة الإيجابية التي تحس بها في غرفة من منزلك متسمة بالبشر و المرح و الباعثة للإطمئنان و الإنسجام، إبحث عن الطاقة الإيجابية في ذويك و أسرته تلك التي يشعها واحد منهم و التي تشعرك بالقوة و الحيوية و الصحة و نزعة الإبداع، انظر لها في أساتذتك و أقرانك الذين يشع منهم الحماسة للعمل و الإستعداد و للإجتهد و الرغبة في العطاء .



## حل تمارين الدوال الخطية و التآلفية

### حل التمرين الأول:

$$-6 f(x) = -2x$$

$$f(x) = \frac{-2x}{-6} = \frac{1}{3}x$$

و بالتالي  $f$  دالة خطية

$$f(7x) = 7 f(x) \quad \text{-2- بما أن } f \text{ دالة خطية فإن}$$

$$\frac{1}{7} f(7x) = f(x) \quad \text{و بالتالي}$$

$$f(\alpha) = 1 \quad \text{إذن } A(\alpha, 1) \text{ يمر من النقطة } Cf \text{-3}$$

$$f(\alpha) = \frac{1}{3}\alpha \quad \text{من جهة أخرى}$$

$$\alpha = 3 \quad \text{منه فإن } \frac{1}{3}\alpha = 1 \quad \text{و}$$

$$f(3) = \beta \quad \text{Cf يمر من } B(3, \beta) \text{ يعني}$$

$$\frac{1}{3} \times 3 = \beta \quad \text{يعني}$$

$$\beta = 1 \quad \text{إذن}$$

### حل التمرين الثالث:

$$f(1) = 5$$

لدينا  $f$  دالة خطية بحيث

$$f(1) = a \times 1 = a \quad ; \quad f(x) = a x \quad \text{لدينا}$$

$$a \in \mathbb{R} ; f(x) = ax \quad \text{-1- بما أن } f \text{ دالة خطية فإنها تكتب على شكل}$$

$$f(\alpha x_1 + \beta x_2) = a(\alpha x_1 + \beta x_2)$$

$$= \alpha ax_1 + \beta ax_2$$

$$= \alpha f(x_1) + \beta f(x_2)$$

$$\text{-2- نضع } \alpha = \beta = \frac{1}{2} \text{ في علاقة السؤال (1)}$$

$$f\left(\frac{1}{2}x_1 + \frac{1}{2}x_2\right) = f\left(\frac{x_1 + x_2}{2}\right) \quad \text{تحصل على :}$$

$$= \frac{1}{2}f(x_1) + \frac{1}{2}f(x_2)$$

$$= \frac{1}{2}(f(x_1) + f(x_2))$$

### حل التمرين الثاني:

$$-2x - 6 + 3f(x) = -6 - 3f(x) \quad \text{لدينا :}$$

$$-2x - 6 + 6 = -3f(x) - 3f(x)$$

### حل التمرين الخامس:

1- بما أن  $f$  دالة تآلفية فإنها تكتب على شكل :

$$f(x) = ax + b \quad \text{مع} \quad a, b \in \mathbb{R}$$

$$f(1) = a + b = 2 \quad \text{و} \quad f(-1) = -a + b = 4 \quad \text{لدينا}$$

$$a = 2 - b \quad \text{إذن}$$

ثم نعوض قيمة  $a$  في العلاقة (1)

$$-(2 - b) + b = 4$$

$$2b - 2 = 4$$

$$b = 3$$

يعني

$$a = 2 - b = -1$$

و

$$f(x) = -x + 3$$

إذن

2- بما أن  $C_f$  و  $C_g$  متوازيان فإن لمعادلتي  $f$  و  $g$  نفس المعامل يعني أن  $k = -1$

$$g(x) = -x$$

و بالتالي

### حل التمرين السادس:

بما أن  $f$  دالة تآلفية فإنها تكتب على شكل  $f(x) = ax + b$

مع  $a$  و  $b$  عددا حقيقيين يجب تحديدهما

$$f(2x - 3) = a(2x - 3) + b = 2ax + b - 3a$$

$$f(2 - x) = a(2 - x) + b = -ax + 2a + b$$

إذن

$$a = 5$$

و بالتالي الدالة الخطية  $f$  تكتب على شكل  $f(x) = 5x$

$$f(2) = 5 \times 2 = 10$$

إذن قيمة  $f(2)$  هي :

### حل التمرين الرابع

1- ليكن  $x$  إنتاج سنة معينة

في السنة الموالية سيكون الإنتاج هو  $x + (4\%)x$

$$\text{و لدينا} \quad 4\% = \frac{4}{100} = 0,04$$

و بالتالي سيكون الإنتاج هو

$$x + 0,04x = x(1 + 0,04)$$

$$= 1,04x$$

إذن الإنتاج هو  $1,04x$  الذي هو صورة  $x$  بدالة خطية هي  $f(x) = 1,04x$

2- بتطبيق مباشر للسؤال الأول باستخدام الدالة الخطية  $f$  التي تعطينا إنتاج السنة

المالية إذا عرفنا إنتاج السنة الأولى :

$$f(5000) = 1,04 \times 5000 = 5200$$

و بالتالي سيكون إنتاج السنة الموالية هو 5200 آلة

### حل التمرين السابع:

1- بصفة عامة  $E(\alpha, \beta)$  تنتمي إلى Cf

إذا كان لدينا  $f(\alpha) = \beta$

$$f(1) = (\sqrt{3} + 1) \times 1 + \sqrt{3} = 2\sqrt{3} + 1 \neq \sqrt{3}$$

و بالتالي  $A \notin Cf$

$$f(0) = (\sqrt{3} + 1) \times 0 + \sqrt{3} = \sqrt{3}$$

إذن  $B \in Cf$

2- C تنتمي إلى Cf إذ  $f(m-1) = \sqrt{3}(m+1)$

$$(\sqrt{3} + 1)(m-1) + \sqrt{3} = \sqrt{3}(m+1) \quad \text{إذن:}$$

$$-\sqrt{3} - 1 + \sqrt{3}m + m + \sqrt{3} = \sqrt{3}m + \sqrt{3}$$

$$m = 1 + \sqrt{3}$$

نطبق العلاقة:

$$2ax + b - 3a + 3(-ax + 2a + b) = 3x - 1$$

$$2ax - 3ax + b - 3a + 6a + 3b - 3x - 1 = 0$$

يعني

$$-ax - 3x + 4b + 3a + 1 = 0$$

$$(-a - 3)x + 3a + 4b + 1 = 0$$

بتطبيق الخاصية التالية:

$$\alpha x + \beta = 0 \quad \text{مهما يكن } x \text{ بحيث}$$

$$\beta = 0 \quad \text{فإن } \alpha = 0 \text{ و}$$

$$3a + 4b + 1 = 0 \quad \text{و} \quad -a - 3 = 0 \quad \text{إذن}$$

$$3(-3) + 4b + 1 = 0 \quad \text{و} \quad a = -3 \quad \text{يعني}$$

$$-9 + 4b + 1 = 0$$

$$b = 2 \quad \text{إذن} \quad 4b = 8 \quad \text{يعني}$$

$$f(x) = -3x + 2$$

و بالتالي

$$-3\alpha + 2 = 5 \quad \text{يعني} \quad f(x) = 5 \quad \text{لدينا } -2$$

$$-3\alpha = 3 \quad \text{إذن}$$

$$\alpha = -1$$