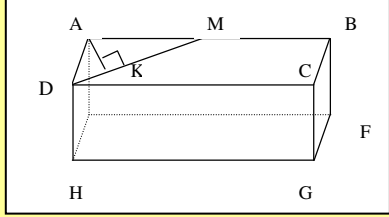


التمارين الأولى : ن

التمرين الأول :



ABCEFGH متوازي المستطيلات قائم حيث :

$$DH = 5 \text{ و } DA = 3 \text{ و } AB = 8$$

1- بين أن $(DH) \perp (ABC)$

ثم استنتج أن $(DH) \perp (DB)$

2- أحسب DB ثم BH

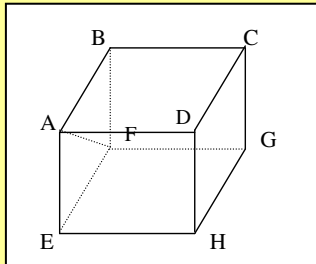
3- لتكن M منتصف [AB] و K المسقط العمودي للنقطة A على (DM)

بين أن $DM = 5$ و أحسب KA

4- بين أن المثلث DHM قائم الزاوية و متساوي الساقين رأسه D . ثم أحسب MH

5- لتكن N منتصف [BE] برهن أن $(MN) \perp (FGH)$

التمرين الثاني :



ABCEFGH متوازي المستطيلات القائم .

1- بين أن $(AD) \perp (AF)$

2- أحسب AF و DF

علما أن $AE = 5 \text{ cm}$, $AD = 4 \text{ cm}$, $AB = 3 \text{ cm}$

الدرس السابع عشر

الهندسة الفضائية

ملخص الدرس

يكون مستقيم عمودي على مستوى إذا كان عموديا على مستقيمين متقاطعين ضمن

هذا المستوى

استنتاج : إذا كان مستقيم عمودي على مستوى فهو عمودي على جميع المستقيمت

الموجودة ضمن هذا المستوى.

خاصية 2 :

نقول عن مستويين أنهما متعامدان في الفضاء إذا تضمن أحدهما مستقيما عمودي

على آخر

حساب الحجم :

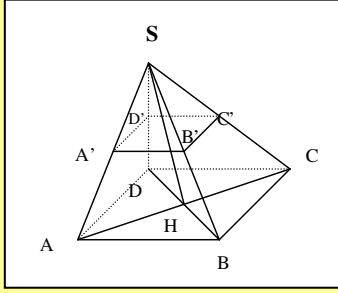
1- حجم متوازي المستطيلات القائم : $V = L \times I \times h$

(I و L و h هي أبعاد متوازي المستطيلات)

2- حجم المكعب : $V = a^3$ (a حرف المكعب)

3- حجم الهرم المنتظم : $V = \frac{1}{3} B \times h$ (B مساحة القاعدة)

4- حجم الموشور القائم : $V = B \times h$ (B مساحة القاعدة و h الارتفاع)



و ارتفاعه $SH = 12\text{cm}$ (انظر الشكل)

1- أثبت أن $AB = 5\sqrt{2}\text{ cm}$ و $SA = 13\text{cm}$

2- أثبت أن حجم الهرم $SABCD$ هو $V = 200\text{cm}^3$

3- $A'B'C'D'$ مستوى يوازي المستوى $ABCD$ بحيث: $SA' = 3,25\text{cm}$

أ- حدد نسبة التصغير التي مكنت من الحصول على الهرم $SA'B'C'D'$

ب- أحسب V' حجم الهرم $SA'B'C'D'$

التمرين الخامس:

يملك شخصاً بيتاً تصميمه حسب السلم $\frac{1}{100}$:

1- بين أن:

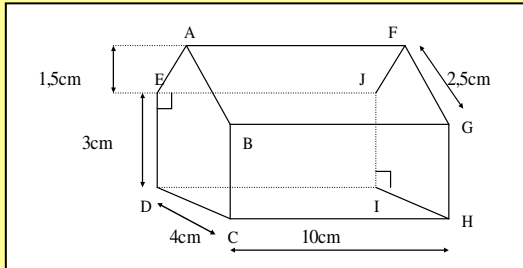
$(AF) \perp (ABCDE)$ و $(AF) \parallel (BGHC)$

2- حدد تقاطع المستويين:

$DIHC$ و $AFGB$

3- أحسب مساحة $ABCDE$

4- أحسب حجم هذا البيت.



3- أحسب حجم الهرم $DABEF$

(استعمل معطيات السؤال 2)

4- أحسب نسبة تصغير الهرم $DABFE$ بمستوى يوازي $(ABFE)$

إلى هرم حجمه $2,5\text{ cm}^3$.

التمرين الثالث:

$IJKL$ مربع و M نقطة من الفضاء لا تنتمي إلى المستوى $(IJKL)$

حيث المثلثين MIJ و MIL قائما الزاوية في I (الشكل 1)

نضع $MI = 3\text{cm}$ و $IJ = 4\text{cm}$

1) أ- أثبت أن $(MI) \perp (IJKL)$

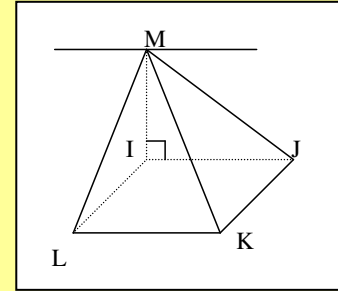
ب- استنتج أن المثلث MIK قائم الزاوية في I

ج- أحسب المسافتين MI و KI

2) ليكن (Δ) مستقيماً يمر من M و يوازي (IJ)

أ- بين أن المستقيمين (Δ) و (KL) مستويان.

ب- استنتج تقاطع المستويين (MIJ) و (MKL)



التمرين الرابع:

$SABCD$ هرم قاعدته المربع $ABCD$

الذي مركزه H بحيث $AH = 5\text{cm}$

حل التمرين الأول:

1- لدينا (DH) عمودي على (DC) لأن HDCG مستطيل

كذلك (DH) عمودي على (AD) لأن ADHE مستطيل

و بالتالي (DH) عمودي على المستقيمين المتقاطعين (AD) و (DC)

من المستوى ABC

و بالتالي (DH) \perp (ABC)

استنتاج : بما أن (DH) عمودي على ABC

إذن (DH) عمودي على كل المستقيمات ضمن هذا المستوى ومنها (DB)

و بالتالي (DH) \perp (DB)

2- لدينا المثلث DAB قائم الزاوية في A

حسب مبرهنة فيثاغورس $AD^2 + AB^2 = BD^2$

و بالتالي $BD = \sqrt{9 + 64} = \sqrt{73}$

حسب السؤال (1) (DH) عمودي على المستوى ABC

و بما أن (BD) ضمن ABC فإن (DH) عمودي على (BD)

و بالتالي المثلث HDB قائم في D

حسب مبرهنة فيثاغورس $HD^2 + DB^2 = HB^2$

$HB = \sqrt{25 + 73} = \sqrt{98}$

3- لدينا $AM = 4$ لأن M منتصف [AB]

5- قام الشخص بصباغة هذا البيت من الداخل و الخارج . حدد المساحة المصبوغة

حل التمرين الثاني:

$$\begin{cases} (AD) \perp (AE) & \text{-1 ADHE مستطيل إذن :} \\ (AD) \perp (AB) & \text{ABCD مستطيل إذن :} \end{cases}$$

إذن (AD) عمودي على مستقيمين متقاطعين في المستوى (ABFE)

إذن (AD) \perp (ABFE) و بما أن (AF) ضمن (ABFE)

فإن (AD) عمودي على (AF)

-2 في المثلث ABF لدينا $AB^2 + BF^2 = AF^2$

$$AF = \sqrt{9 + 25} = \sqrt{34}$$

$$\begin{cases} (BF) \text{ عمودي على } (AB) & \text{لدينا} \\ (BF) \text{ عمودي على } (BC) & \text{و} \end{cases}$$

إذن (BF) عمودي على المستوى (ABCD) إذن (BD) \perp (BF)

إذن المثلث (FBD) قائم الزاوية في B

$$FB^2 + BD^2 = FD^2 \quad \text{و بالتالي :}$$

$$AE^2 + BD^2 = FD^2 \quad \text{أو}$$

$$AB^2 + AD^2 = BD^2 \quad \text{في المثلث ABD لدينا}$$

$$FD^2 = AE^2 + AB^2 + AD^2 \quad \text{إذن}$$

$$FD = \sqrt{AE^2 + AB^2 + AD^2} \quad \text{و بالتالي}$$

$$= \sqrt{25 + 9 + 16}$$

$$= \sqrt{50}$$

$$= 5\sqrt{2}$$

حسب مبرهنة فيثاغورس في المثلث ADM : $DH = \sqrt{AD^2 + AM^2} = 5$

• مساحة المثلث ADM تكتب على شكلين

$$S = \frac{AD \times AM}{2} \quad \text{و} \quad S = \frac{AK \times DM}{2}$$

$$AD \times AM = AK \times DM \quad \text{و بالتالي}$$

$$AK = \frac{AD \times AM}{DM} = \frac{3 \times 4}{5} = \frac{12}{5}$$

-4 لدينا (ABC) \perp (DH) إذن : (DH) \perp (AM) إذن المثلث قائم في D

من جهة أخرى $DM = DH = 5$ إذن المثلث متساوي الساقين

$$MH = \sqrt{DM^2 + DH^2} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$$

-5 في المثلث ABE لدينا M منتصف [AB] و N منتصف [BE]

إذن (MN) يوازي (AE) من جهة أخرى (AE) عمودي على (EF)

إذن (MN) عمودي على (EF)

$$(MN) \perp (EH) \iff \begin{cases} (AE) \parallel (MN) \\ (EH) \perp (AE) \end{cases} \quad \text{مرة أخرى :}$$

و بالتالي (MN) عمودي على مستقيمين متقاطعين (EH) و (EF)

ضمن المستوى (EFGH) أو (FGH)

و بالتالي $(MN) \perp (FGH)$

هذا المستوى .

و بالتالي (MI) عمودي على (IK)

و نستنتج أن المثلث MIK قائم الزاوية في I

ج - لدينا IJKL مربع إذن :

$$IK^2 = IJ^2 + JK^2 = 2 IJ^2 = 2 \times 16 = 32 = 2^5$$

$$IK = 4\sqrt{2}$$

إذن

من جهة أخرى IKM مثلث قائم الزاوية في I

مبرهنة فيثاغورس

$$MK^2 = MI^2 + IK^2$$

$$MK = \sqrt{9 + 32} = \sqrt{41}$$

2- لدينا
$$\left\{ \begin{array}{l} (IJ) \parallel (LK) \\ (IJ) \parallel (\Delta) \end{array} \right.$$
 إذن (IJ) يوازي المستوى (MLK)

و بما أن للمستوى (MIK) و (Δ) نقطة مشتركة M

فيكون (Δ) ضمن المستوى (MIK) ، إذن (Δ) و (KL) مستوائيان .

تقاطع المستويين (MIJ) و (MKL)

لدينا (Δ) و (KL) مستوائيان حسب -أ-

بنفس الطريقة (Δ) و (IJ) مستوائيان

بذلك (Δ) تنتمي إلى المستويين (MIJ) و (MKL)

$$(MIJ) \cap (MKL) = \{\Delta\} \quad \text{إذن}$$

$$h = AD \quad V = \frac{1}{3} B \times h \quad \text{3- لدينا مساحة الهرم}$$

$$B = AB \times AE \quad \Leftarrow \text{مساحة القاعدة ABFE}$$

$$V_{DABFE} = \frac{1}{3} AB \times AE \times AD \quad \text{و بالتالي}$$

$$= \frac{1}{3} 3 \times 5 \times 4$$

$$= 20 \text{cm}^3$$

4- نسبة تصغير الهرم DABFE :

$$K^3 = \frac{V}{V_{DABFE}} = \frac{2,5}{20} = \frac{0,25}{2} = 0,125$$

$$\Rightarrow K = 0,5$$

و بالتالي نسبة التصغير :

حل التمرين الثالث:

1) أ - لدينا حسب المعطيات MIJ و MIC قائم الزاوية في I

$$\text{إذن} \left\{ \begin{array}{l} (MI) \perp (IJ) \\ (MI) \perp (IL) \end{array} \right. \Leftarrow \text{عمودي على المستوى (IJKL) (MI)}$$

$$(IJ) \cap (IC) = \{I\}$$

ب- (MI) عمودي على المستوى (IJKL) إذن (MI) عمودي على كل مستقيم ضمن

ب) حجم الهرم SA'B'C'D'

$$K^3 = \frac{V_{SA'B'C'D'}}{V_{SABCD}}$$

لدينا

$$V_{SA'B'C'D'} = K^3 \times V_{SABCD}$$

إذن :

$$= \left(\frac{1}{4}\right)^3 \times 200$$

$$= \frac{200}{64}$$

$$= \frac{50}{16}$$

$$= \frac{25}{8} \text{ cm}^3$$

$$(AF) \perp (ABCDE) \iff \begin{cases} (AF) \perp (AB) \\ (AF) \perp (AE) \end{cases} \quad \text{1- لدينا}$$

و بما أن (DC) ضمن المستوى (ABCDE) فإن (AE) \perp (DC)

$$(AF) \parallel (BGHC) \iff \begin{cases} (AF) \parallel (BG) \\ (BG) \subset (BGHC) \end{cases} \quad \text{• لدينا}$$

لأن (AF) يوازي مستقيما ضمن المستوى (BGHC)

حل التمرين الرابع:

لدينا ABCD مربع إذن قطراه متعامدان

$$\text{و } AH = HB = 5 \text{ cm}$$

$$\text{حسب مبرهنة فيثاغورس } AB^2 = AH^2 + HB^2 = 2 AH^2$$

$$\text{إذن } AB = \sqrt{2} AH = 5\sqrt{2} \text{ cm}$$

• لدينا (AH) \perp (SH) لأن (SH) هو ارتفاع الهرم

$$\text{حسب مبرهنة فيثاغورس في المثلث ASH : } SA^2 = SH^2 + AH^2$$

$$SA = \sqrt{SH^2 + AH^2}$$

$$= \sqrt{144 + 25} = \sqrt{169} = 13$$

$$V = \frac{1}{3} B \times h$$

2- حجم الهرم SABCD

$$B = AB \times AD = AB^2$$

مع B مساحة ABCD

$$V = \frac{1}{3} AB^2 \times SH = \frac{1}{3} \cdot 50 \times 12 = 200 \text{ cm}^3$$

$$\text{3- أ) لدينا } SA' = 3,25 \text{ cm}$$

$$\frac{A'D'}{AD} = \frac{SA'}{SA} = \frac{3,25}{13}$$

حسب مبرهنة طاليس

$$k = \frac{A'D'}{AD} = \frac{1}{4}$$

إذن نسبة التضاغير هي :

$$\begin{aligned}
S_1 &= 2 S_{ABE} + 2 S_{AFGB} \\
&= 2 S_{ABE} + 2 AF \times FG \\
&= 2 \times 6 + 2 \times 10 \times 2,5 \\
&= 12 + 50 \\
&= 62 \text{ m}^2
\end{aligned}$$

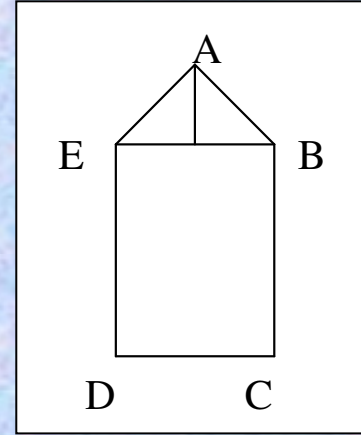
ثانياً مساحة القسم السفلي :

$$\begin{aligned}
S_2 &= 2 S_{EBCD} + 2 S_{BGHC} \\
&= 2 \times 12 + 2 \times 30 \\
&= 84 \text{ m}^2
\end{aligned}$$

و بالتالي المساحة المصبوغة من الداخل و الخارج هي :

$$\begin{aligned}
S &= 2 (S_1 + S_2) \\
&= 2 (62 + 84) \\
&= 292 \text{ m}^2
\end{aligned}$$

2- المستويان AFGB و (DIHC) يتقاطعان في مستقيم يوازي كل من (BG) و (CH)



3- أرسم الشكل ABCDE

$$\begin{aligned}
S_{ABCDE} &= S_{ABE} + S_{BCDE} \\
S_{BCDE} &= ED \times DC = 3 \times 100 \times 4 \times 100 \\
&= 12 \times 10^4 \text{ cm}^2 \\
&= 12 \text{ m}^2
\end{aligned}$$

احترام السلم

$$S_{ABE} = 1,5 \times EB = 1,5 \times 4 \times 10^4 = 6 \text{ m}^2$$

$$S_{ABCDE} = 12 + 6 = 18 \text{ m}^2$$

و بالتالي

4- نقوم بتقطيع البيت إلى قسمين علوي و هو (AEBFJC)

و آخر دنوي و هو (EBDCJGHI)

القسم العلوي هو موشور قائم حجمه :

$$V_1 = S_{ABE} \times h = 6 \times AF = 6 \times 10 = 60 \text{ m}^3$$

القسم السفلي هو موشور قائم قاعدته مستطلات

$$V_2 = ED \times DC \times CH$$

$$= 3 \times 4 \times 10$$

$$= 120 \text{ m}^3$$

$$V = V_1 + V_2 = 180 \text{ m}^3$$

و بالتالي

5- المساحة المصبوغة

أولا مساحة وجه القسم العلوي :

Redigé par GUESSOUS Brahim

E-mail : Brahinguessous@yahoo.fr

Guessous001@hotmail.com

063 28 57 69

هـام جـدا

نبوقتنا كيف يمر و فيما نقضيه، لذلك نحن في أمس الحاجة إلى تنظيم أفكارنا و أوقاتنا و نحاول الاستفادة من كل دقيقة في حياتنا .

هاك الآن مفاتيح هامة تستطيع من خلالها تحقيق أقصى إنجاز بأقل مجهود و في زمن قياسي .

1) اهدأ و ركز على مهمتك . تحكم في صفائك الذهني و قم بالمهمة في هدوء و راحة و ثقة

2) جهز قائمة بالمهام التي يجب إنجازها، أدرج بها كل الأفكار التي ترد إلى ذهنك

3) ركز على فعل الأشياء العاجلة و الهامة ثم الأشياء الهامة ثم الأشياء الأخرى

4) حدد أهدافك، اكتبها واجعلها أمامك . ضع خطتك اليومية و ارجع إليها باستمرار .

5) أحسب الوقت اللازم لإنجاز كل مهمة مدونة على القائمة أو الخطة

6) أثناء إنجاز التمارين تحدى نفسك. تفوق عليها، ركز تفكيرك على إيجاد الحلول بربط الأسئلة بمحاور الدرس ثم حول حلها إلى لعبة فتبدو أكثر إثارة و مرح .

7) تجنب الشرثرة المضیعة للوقت، أدخل في لب الموضوع مباشرة، وابتعد ما أمكن عن مصادر

إضعاف التركيز كالتلفزة و سماع الأغاني

8) اسأل عن مالم تستطيع إنجازها، فالسؤال نصف العلم، و لا تحبط نفسك عندما لا تستطيع إيجاد الحل، اهدأ و تحول إلى شيء آخر.

9) احتفظ بدفتر ملاحظاتك بالقرب منك و سجل عليه كما ملاحظاتك و اسفساراتك و اي معلومات أخرى .

10) إياك و التأجيل . انتبه للأعذار التي تتخذها لنفسك لإرجاء بعض المهام . تحدى هذه العادة و حاول أن تتغلب على أسباب التأخير

11) في نهاية اليوم خذ 10 دقائق في عمل خلاصة سريعة لما قمت به و في الوقت نفسه قم

بتحضير عمل الغد فيتحول كل هذا إلى عادة يومية و شيء تلقائي لا يتحكم فيه العقل الواعي