الثانوية التأهيلية الفقيه داوود المضيق	الامتحان التجريبي للبكالوريا2012	الصفحة 1/4

المـــــادة:	الرياضيات	المعامل:	9
الشعــــب(ة):	شعبة العلوم الرياضية بمسالكها أ و ب	مدة الإنجاز:	4 س

(يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة)

www.9alami.info

➢ **هام :**
- يمكنك اختيار الترتيب المناسب للتمارين التي تريد الإجابة عليها.
- يمكنك قبول نتيجة سؤال سابق للجواب على سؤال موالي.
- اهتم بعناية: بوضوح وبدقة وسلامة أجوبتك و كذلك حسن تقديمك لورقة التحرير.

الموضوع:

➢ يتكون الموضوع من 4 تمارين:

التمرين الأول	الأعداد العقدية	3,5 نقط
التمرين الثاني	البنيات الجبرية	3,5 نقط
التمرين الثالث	الحسابيات	3 نقط
التمرين الرابع مرفق بالوثيقة 1	التحليل	10 نقط

➢ يتم إرجاع الوثيقة1 مع ورقة التحرير بعد الإجابة عن السؤالين: I-2) د) وII -2) ج) من التمرين الرابع.

www.9alami.info

المــــادة :	الرياضيات
الشعـــب(ة):	شعبة العلوم الرياضية بمسالكها أ و ب

التمرين الأول: ليكن a عدد عقدي غير المنعدم، نعتبر في المجموعة $\mathbb{C}$ المعادلة :

$$(E)\quad : z^2+3az-a^2(i-3)=0$$

1) أحسب $(1+2i)^2$ ، ثم حل المعادلة (E).

2) في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{e_1},\vec{e_2})$ ، لتكن النقطة $A(a)$.

ولتكن نقطة $M(z)$ من المستوى و النقطة $M'(z')$ صورة M بالتطبيق F المعرف بالصيغة العقدية:

$$z'=(1+i)z-ia$$

أ - تحقق أن : $AM'=\sqrt{2}AM$.

ب -نفترض أن $M\neq A$ ، بين أن المثلث AMM' قائم الزاوية ومتساوي الساقين في M.

ج - استنتج قياس للزاوية الموجهة $(\overrightarrow{AM};\overrightarrow{AM'})$.

3) نعتبر النقطتين: $B(a(i-1))$ و $C(-a(i+2))$ وليكن R الدوران الذي مركزه A و زاويته $\frac{\pi}{4}$.

و H التحاكي الذي مركزه A و نسبته $\sqrt{2}$.

أ- بين أن C صورة النقطة B بالتطبيق F .ما طبيعة المثلث ABC ؟

ت -حدد d لحق النقطة D صورة B بالتحاكي H.

ج- أثبت أن C صورة النقطة D بالدوران R.

التمرين الثاني : **نذكر** بأن: $(M_2(IR),+,.)$ **فضاء متجهي حقيقي** و $(M_2(IR),+,\times)$ **حلقة واحدية.**

ليكن $(a,b)\in IR^2$ نضع : $M(a,b)=\begin{pmatrix} a & -3b \\ b & a \end{pmatrix}$ و $I=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ و O المصفوفة المنعدمة

نعتبرالمجموعة : $E=\{M(a,b)\in M_2(IR)/(a,b)\in IR^2\}$

1) بين أن $(E,+,.)$ فضاء متجهي حقيقي.ثم حدد أساسا له.

2) أ- بين أن E جزء مستقر من $(M_2(IR),\times)$.

ب- استنتج أن $(E,+,\times)$ حلقة واحدية تبادلية.

3) ليكن $(a,b)\neq(0,0)$ نضع: $X=M(a,b)$

أ- تحقق أن: $X^2-2aX+(a^2+3b^2)I=O$

ب -استنتج أن المصفوفة X تقبل مقلوبا ثم حدد X^{-1} ، ما بنية $(E,+,\times)$ ؟

التمرين الثالث:

نضع : $N=\underbrace{\overline{444....44}}_{502\text{ مرة}}$ (الكتابة للعدد N في نظمة العد العشري تكتب فقط بالرقم 4).

1) بين أن 503 قاسم أولي للعدد 2012.

2) بين أن: $N=\frac{4}{9}(10^{502}-1)$.

3) أ- استنتج أن : N يقبل القسمة على العدد 11.

ب- بين أن : $10^{502}\equiv 1[503]$.

4) استنتج أن العدد N يقبل القسمة على العدد $22132=2012\times 11$.

التمرين الرابع:

I. ليكن n عدد صحيح طبيعي، نعتبر الدالة العددية f_n المعرفة على IR بما يلي : $f_n(x)=e^{2x}-2ne^{x}$

وليكن (C_n) المنحنى الممثل للدالة f_n في معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$

www.9alami.info

1) أحسب $\lim_{x\to-\infty} f_n(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} f_n(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} \frac{f_n(x)}{x}$ ثم أول مبيانيا النتيجتين؟

2) أ- احسب $f_n'(x)$ لكل x من $I\!R$.

ب- بين أنه لكل n من $\mathbb{N}^*$، الدالة f_n تقبل مطرافا عند $a_n = \ln(n)$ ثم تحقق أن: $f_n(a_n) = -n^2$.

ج- ضع جدول تغيرات الدالة f_n. في الحالتين: ($n=0$ و $n \neq 0$)

د- وضح بألوان مختلفة على **الوثيقة 1** المنحنيات: (C_0) و (C_1) و (C_2).

II. لتكن g **قصور الدالة** f_1 **على المجال** $I=[0,+\infty[$: $g(x)=f_1(x)=e^{2x}-2e^x$

1) أ- بين أن g تقابل من $I=[0,+\infty[$ نحو مجال J يتم تحديده ؟.

ب- بين أنه لكل x من J : $g^{-1}(x)=\ln(1+\sqrt{1+x})$.

2) أ- بين أن: $\forall x \in I:\quad 0 \le (g^{-1})'(x) \le \frac{1}{2}$

ب -بين أن المعادلة $g^{-1}(x)=x$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]0,1[$.

ج- أنشئ على **الوثيقة 1** المنحنى (C') الممثل للدالة g^{-1}.

3) لتكن (u_n) المتتالية العددية المعرفة بما يلي: $u_0=0$ و $u_{n+1}=g^{-1}(u_n)$

أ - بين أن : $u_n \ge 0$ لكل n من $\mathbb{N}$.

ب -بين أن : $|u_{n+1}-\alpha| \le \frac{1}{2}|u_n-\alpha|$ لكل n من $\mathbb{N}$.

ت -استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة ثم حدد نهايتها.

III.نذكر أن: $\forall x \in I\!R^+ : g(x)=f_1(x)$ ولتكن F الدالة المعرفة على $I\!R^+$ ب :

$$F(x)=\int_x^{2x}\frac{g(t)}{t}dt\ ;x>0 \text{ و } F(0)=-\ln(2)$$

1) أ- ليكن $x>0$، باستعمال مبرهنة المتزايدات المنتهية أثبت أن : $0<\frac{g(x)+1}{x}<g'(x)$.

ب- بين أن : $\forall x>0 : x\,g'(x)-g(x)>1$. ثم استنتج أن الدالة : $x \to \frac{g(x)}{x}$ تزايدية قطعا على $I\!R^{*+}$.

2) أ- تحقق أن: $\forall x>0 : \ln(2)=\int_x^{2x}\frac{1}{t}dt$.

ب-استنتج أن : $\forall x>0 \quad : 0 \le F(x)+\ln(2) \le g(2x)-g(x)$ (يمكنك استعمال السؤال III.1)- أ).

ج- بين أن الدالة F متصلة وقابلة للاشتقاق على يمين 0.

3) أ- بين أن : $\forall x>0 : F(x) \ge \ln(2)\,g(x)$.

ب- استنتج $\lim_{x\to+\infty}F(x)$ و $\lim_{x\to+\infty}\frac{F(x)}{x}$. ثم حدد الفرع اللانهائي للمنحنى الممثل ل F .

4) بين أن F قابلة للاشتقاق على $]0,+\infty[$ ، ثم بين أن : $\forall x>0 \quad : F'(x)=\frac{g(2x)-g(x)}{x}$.

5) ضع جدول تغيرات الدالة F.

الـــمــــادة :	الرياضيات
الشعـــب(ة):	شعبة العلوم الرياضية بمسالكها أ و ب

الوثيقة 1

الإسم : ....

الصفحة 4/4

4 س

الشكل التالي يمثل المنحنيات (C_n) **في حالة :** $n=0$ و $n=1$ و $n=2$: