1/2	الصفحة	الامتحان التجريبي الموحد السنة الثانية - سلك الباكلوريا	دورة ابريل 2006	المملكة المغربية وزارة التربية الوطنية و الشباب اكاديمية جهة الدار البيضاء الكبرى
4 س	مدة الانجاز	الثانوية التاهيلية مولاي إدريس الأول		
10	المعامل			
العلوم الرياضية	الشعبة	الرياضيات		المادة

التمرين الأول ن 2

1) احسب $I = \int_1^{0} \frac{dx}{\sqrt{1+\sqrt{1+x}}}$ ضع $t = \sqrt{1+x}$ ن 0.75

2) ا- f دالة متصلة على $\mathbb{R}$ بين ان : $\int_0^{\pi} xf(\sin x)dx = \frac{\pi}{2}\int_0^{\pi} f(\sin x)dx$ ن 0.5

ب- احسب $J = \int_0^{\pi} \frac{x\sin x}{1+\cos^2 x}$ ن 0.75

التمرين الثاني لكل عدد عقدي z نضع $z' = i\bar{z}+1-i$ ن 2.5

ونعتبر التطبيق S الذي يربط كل نقطة $M(z)$ بالنقطة $M'(z')$

1) حدد (Δ) مجموعة النقط الصامدة بالتطبيق S ن 0.5

2) تحقق أن النقطتين $A(1)$ و $B(-i)$ صامدتان و ان $\frac{z'-z}{1+i}$ تخيليا صرفا ن 1

3) بين أن منتصف $[MM']$ صامد واستنتج طبيعة S ن 1

التمرين الثالث a و b صحيحان طبيعيان حيث $a > b > 0$ نضع $a \wedge b = g$ و $a \vee b = m$ ن 3

1) حدد g و m في حالة $a = n(2n-1)$ و $b = (n-1)(2n-1)$ ن 0.5

2) نضع $p = \frac{a}{g}$ و $q = \frac{b}{g}$،حدد بدالة p و q العددين a و b بحيث : ن 0.5

$$m(a+b) = abg \qquad (\mathbf{1})$$

3) من بين الأعداد التي تحقق (**1**) حدد تلك التي تحقق : ن 0.5

$$g = a-b \qquad (\mathbf{2})$$

4) بين أن الأعداد a و b التي تحقق (**1**) و (**2**) تحقق : ن 0.75

$$(a-b)^2 = (a+b) \qquad (\mathbf{3})$$

و هل الأعداد التي تحقق (**3**) تحقق (**1**) و (**2**) ؟

5) نفترض a و b يحققان (**3**) وليكن r باقي القسمة الاقليدية ل a على b ن 0.75

حدد إذن a و b بدلالة r $(r \neq 0)$.

تطبيق $r = 11$

التمرين الرابع نعتبر E مجموعة المصفوفات المربعة $M_{a,b}$ بحيث $M_{a,b} = \begin{pmatrix} a & b \\ -b & a \end{pmatrix}$ و a و b من $\mathbb{R}$ ن 4

1) بين أن $(E,+,\times)$ حلقة واحدة تبادلية . ن 1

2) هل هذه الحلقة كاملة ؟ ن 0.25

www.9alami.info

3) نعرف في $\mathbb{R}^2$ القانونين + و T كالاتي:

$$(a,b)+(x,y) = (a+x,b+y)$$
$$(a,b)T(x,y) = (ax-by,ay+bx)$$

و نعتبر التطبيق :
$$f: \begin{array}{l} E \to \mathbb{R}^2 \\ M_{a,b} \to (a,b) \end{array}$$

1,25 ن ا – بين أن f تشاكل تقابلي من $(E,+)$ نحو $(\mathbb{R}^2,+)$ و من $(E,\times)$ نحو $(\mathbb{R}^2,T)$

0,5 ن ب – استنتج بنية $(\mathbb{R}^2,+,T)$

0,5 ن **4)** حدد عناصر E التي تقبل مقلوبا بالنسبة ل **x** وحدد مقلوبها

0,5 ن **5)** نضع $a=\cos\alpha$ و $b=\sin\alpha$ حدد بدلالة n و α $\underbrace{(a,b)T(a,b)\dots T(a,b)}_{n}$

6 ن <u>التمرين الخامس</u> نعتبر الدالة العددية f المعرفة بما يلي :
$$f(0)=0 \text{ ، } f(1)=1 \text{ و } f(t)=\frac{t-1}{\ln t} \text{ لكل } t \text{ من }]0;1[$$

0,5 ن **I – 1)** ا- نضع $\varphi(t)=\ln(t)+\frac{1}{t}-1$. ادرس تغييرات φ و استنتج إشارة φ

0,75 ن ب- ادرس اتصال f في **0** و في **1** و ادرس قابلية اشتقاق f في **0** على اليمين

0,5 ن ج- ادرس تغييرات f

0,25 ن **2)** ا- بين أن : $0\le\frac{1}{1-u}-(1+u)\le 2u^2 \quad : \left(\forall u\in\left[0,\frac{1}{2}\right]\right)$

0,25 ن ب- استنتج أن : $0\le-\ln(1-u)-u-\frac{u^2}{2}\le\frac{2}{3}u^3 \quad : \left(\forall u\in\left[0,\frac{1}{2}\right]\right)$

0,5 ن ج – نعتبر الدالة g بحيث $g(1)=1$ و $g(x)=\frac{1}{f(x)}$ لكل x من $]0,1[$

0,5 ن بين أن : $0\le g(1+h)-g(1)+\frac{h}{2}\le\frac{2}{3}h^2 \quad \forall h\in\left[-\frac{1}{2},0\right]$

0,5 ن د – استنتج أن g و f قابلتان للاشتقاق في **1** على اليسار

3) أنشئ (C_f) منحنى f في معلم متعامد ممنظم $(O;\vec{i},\vec{j})$ بحيث $\|\vec{i}\|=4cm$

II – لكل x من $]0;1[$ نضع $I(x)=\int_x^1 f(t)dt$. $J(x)=\int_x^1\frac{f(t)}{t}dt$ و $K(x)=\int_x^{x^2}\frac{t-1}{t\ln t}dt$

0,5 ن **1)** بين أن $K(x)=J(x^2)-J(x)$ و ان J و K قابلتان للاشتقاق على $]0;1[$

0,5 ن **2)** احسب $K'(x)$ لكل x من $]0;1[$ و استنتج ان $I(x)=K(x)$

0,5 ن **3)** بين أن : $\left|K(x)-\int_x^{x^2}\frac{-1}{t\ln t}dt\right|\le\frac{-x}{\ln x} \quad (\forall x\in]0,1[)$

0,75 ن **4)** استنتج أن $\lim_{x\to 0^-} I(x)=\ln 2$ و أول النتيجة هندسيا •

2,5 ن <u>التمرين السادس</u> نعتبر الدالة f المعرفة على $\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$ ب : $f(x)=Arc\sin\left(\frac{1+\sqrt{\sin x}}{2}\right)$

1,25 ن **1)** بين أن f متصلة ورتيبة قطعا واستنتج أن f تقابل من $\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$ نحو مجال يتم تحديده معللا جوابك

0,5 ن **2)** بين أن $f(x)-x\ge 0$ لكل x من $\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$

0,75 ن **3)** نضع $u_0=0$ و $u_{n+1}=f(u_n)$ لكل **n** من N

بين أن $0\le u_n<\frac{\pi}{2}$ لكل n من N و أن (u_n) متقاربة و حدد نهايتها ,