

1/3	الصفحة	الامتحان التجريبي لنيل شهادة البكالوريا - دورة أبريل 2005 -	
4 ساعات	مدة الإنجاز	الشعبة : العلوم الرياضية أ و ب	المادة : الرياضيات
10	المعامل	الأستاذ : محمد غريز	المؤسسة : معهد نور الرشاد

[www.9alami.info](http://www.9alami.info)

### التمرين الأول

المستوى (P) منسوب إلى معلم متعامد ممنظم  $(o, \vec{i}, \vec{j})$

نعتبر المخروطي (H) الذي معادلته  $\frac{x^2}{4} - y^2 = 1$

1 - أ - حدد طبيعة المخروطي (H) 0.5

ب - حدد رأسي و مقاربي (H) 0.25

ج - انشئ (H) في المعلم  $(o, \vec{i}, \vec{j})$  0.5

2 - نعتبر المعادلة  $(E) : (z \in \mathbb{C})(\cos^2 \theta)z^2 - 4 \cos \theta z + 5 - \cos^2 \theta = 0$   $\theta \in \left] -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right[$

أ - حل في  $\mathbb{C}$  المعادلة (E) 0.75

ب - ليكن  $z'$  و  $z''$  حلي المعادلة (E) 1.25

لتكن  $M'(z')$  و  $M''(z'')$  نقطتين من المستوى العقدي.

بين أنه عندما تتغير  $\theta$  في المجال  $\left] -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right[$  فإن مجموعة النقط  $M'$  و  $M''$  هي جزء من المخروطي (H)

### التمرين الثاني

(I) لتكن  $g_n$  الدالة المعرفة على  $]0, +\infty[$  بما يلي :

$n$  عدد طبيعي صحيح غير منعدم  $g_n(x) = x - n + \frac{n}{2} \ln x$

1 - احسب  $\lim_{x \rightarrow 0} g_n(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g_n(x)$  0.25

2 - احسب  $g'_n(x)$  و اعط جدول تغيرات  $g_n$  0.75

3 - أ - بين أن المعادلة  $g_n(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا  $\alpha_n$  بحيث  $1 \leq \alpha_n < e^2$  0.5

ب - بين أن  $(\alpha_n)$  متتالية تزايدية قطعا. 0.75

ج - بين أن  $\ln \alpha_n = 2 - \frac{2}{n} \alpha_n$  0.5

د - بين أن  $(\alpha_n)$  متقاربة و احسب  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \alpha_n$  0.5

(II) لتكن f الدالة المعرفة على  $]0, +\infty[$  بما يلي :

$$f(x) = \frac{2x - \ln x}{2\sqrt{x}}$$

1 - احسب  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  0.5

2 - أ - بين أن  $f'(x) = \frac{g_1(x)}{2x\sqrt{x}}$  لكل  $x$  من  $]0, +\infty[$  0.75

ب - اعط جدول تغيرات f 0.25

3 - ادرس الفرع اللانهائي ل  $(C_f)$  بجوار  $(+\infty)$  0.25

4 - بين أن  $f(\alpha_1) = \frac{2\alpha_1 - 1}{\sqrt{\alpha_1}}$  0.5

2/3	الصفحة	الامتحان التجريبي لنيل شهادة البكالوريا - دورة أبريل 2005 -	
4 ساعات	مدة الإنجاز	المادة : الرياضيات	الشعبة : العلوم الرياضية أ و ب
10	المعامل	المؤسسة : معهد نور الرشاد	الأستاذ : محمد عزيز

0.75 انشئ (C<sub>f</sub>) في معلم متعامد ممنظم  $(o, \vec{i}, \vec{j})$   $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

$$\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 2cm$$

(III) نعتبر المتتالية (u<sub>n</sub>) المعرفة بما يلي :

$$u_n = \sum_{k=0}^n \frac{1}{n} f\left(1 + \frac{k}{n}\right)$$

$$J = \int_1^2 f(x) dx \text{ - ليكن}$$

0.5 أ - باستعمال المكاملة بالأجزاء احسب التكامل  $\int_1^2 \frac{\ln x}{2\sqrt{x}} dx$

0.25 ب- استنتج قيمة التكامل J

2 - ليكن k عدد طبيعي صحيح بحيث  $0 \leq k \leq n-1$

0.75 باستعمال رتبة f على المجال  $[1, +\infty[$  بين أن :

$$\frac{1}{n} f\left(1 + \frac{k}{n}\right) \leq \int_{1+\frac{k}{n}}^{1+\frac{k+1}{n}} f(x) dx \leq \frac{1}{n} f\left(1 + \frac{k+1}{n}\right)$$

0.75 3 - أ - بين أن  $u_n - \frac{f(2)}{n} \leq J \leq u_n - \frac{f(1)}{n}$

0.25 ب - استنتج أن  $J + \frac{f(1)}{n} \leq u_n \leq J + \frac{f(2)}{n}$

0.25 ج - احسب  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

### التمرين الثالث

(A) نعتبر في المجموعة C للأعداد العقدية القانون \* المعروف بما يلي

لكل  $z = a + ib$  و  $z' = a' + ib'$  من  $\mathbb{C}$   $(a, b, a', b') \in \mathbb{R}^4$

$$z * z' = aa' + i(ab' + ba')$$

0.5 1 - بين أن القانون \* تبادلي و تجميعي .

0.5 2 - بين أن القانون \* توزيعي بالنسبة لعملية الجمع +.

0.25 3 - استنتج أن (C, +, \*) حلقة تبادلية و واحدة.

0.5 4 - أ - حدد العناصر التي تقبل مماثلا بالنسبة للقانون \*.

0.25 ب - استنتج جزءا C' من C بحيث تكون (C', \*) زمرة.

(B) المستوى (P) منسوب إلى معلم متعامد ممنظم  $(o, \vec{i}, \vec{j})$

ليكن  $z_0 = a + ib$  ( $a, b \in \mathbb{R}$ ) عدد عقدي معلوم

نعتبر التطبيق  $f_{a,b}$  من (P) نحو (P) الذي يربط كل نقطة  $M(x, y)$  لحقها  $z = x + iy$

بالنقطة  $M'(x', y')$  التي لحقها  $z' = x' + iy'$  بحيث  $z' = z_0 * z$

3/3	الصفحة	الامتحان التجريبي لنيل شهادة البكالوريا - دورة أبريل 2005 -	
4 ساعات	مدة الإنجاز	الشعبة : العلوم الرياضية أ و ب	المادة : الرياضيات
10	المعامل	الأستاذ : محمد عزيز	المؤسسة : معهد نور الرشاد

0.5	1 - تحقق أن $\begin{cases} x' = ax \\ y' = bx + ay \end{cases}$
0.5	2 - حدد مجموعة النقط الصامدة بالتطبيق $f_{a,b}$ .
0.5	3 - ليكن $(\Gamma)$ المخروطي الذي معادلته $\frac{x^2}{4} - x - y + 1 = 0$ حدد طبيعة $(\Gamma)$ و عناصرها المميزة.
0.5	4 - نفترض أن $a=2$ و $b=1$ أ - حدد $(\Gamma')$ صورة $(\Gamma)$ بالتطبيق $f_{a,b}$ .
0.5	ب - انشئ $(\Gamma)$ و $(\Gamma')$ في نفس المعلم $(o, \vec{i}, \vec{j})$ .
0.5	5 - احسب مساحة الحيز $(\Delta)$ المحصور بين $(\Gamma)$ و $(\Gamma')$ .

<b>التمرين الرابع</b>	
ليكن $x$ و $y$ عددين صحيحين طبيعيين غير منعدمين و $x$ و $y$ أوليان فيما بينهما . نضع $d = a \wedge b$ و $S = x + y$ و $P = xy$	
0.5	1 - أ - بين أن $x$ و $S$ أوليان فيما بينهما و بالمثل $y$ و $S$ أوليان فيما بينهما.
0.5	ب - استنتج أن $S = x + y$ و $P = xy$ أوليان فيما بينهما .
0.5	ج - بين أن $S$ و $P$ ليس لهما نفس الزوجية.
0.25	2 - حدد القواسم الموجبة للعدد 84 .
0.5	3 - حدد الأعداد $x$ و $y$ الأولية فيما بينهما بحيث $SP = 84$
0.75	4 - حدد الأزواج $(a, b)$ من $\mathbb{N}^2$ بحيث $d = a \wedge b$ و $\begin{cases} a + b = 84 \\ ab = d^3 \end{cases}$
$d$ هو القاسم المشترك الأكبر للعددين $a$ و $b$	
<a href="http://www.9alami.info">www.9alami.info</a>	